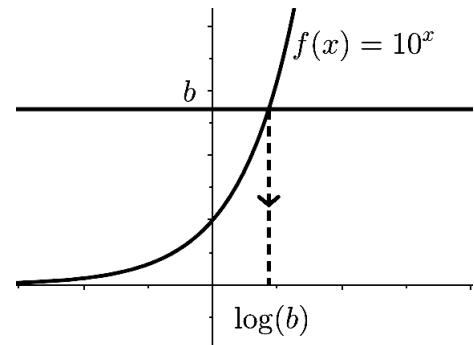


Logarithme décimal

I Définition et propriété

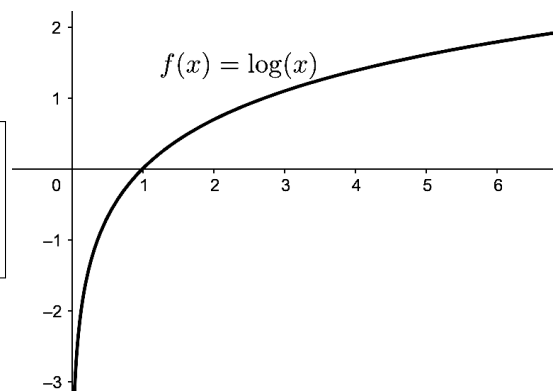
Définition 1

On appelle **logarithme décimal** d'un réel strictement positif b , l'unique solution de l'équation $10^x = b$. On la note $\log(b)$



Définition 2

La fonction **logarithme décimal** notée **log** est la fonction f telle que pour tout $x > 0$, $f(x) = \log(x)$



Propriété 1

Conséquences

- 1) Pour $b > 0$, $10^x = b \Leftrightarrow x = \log(b)$ 2) $\log(10^x) = x$ 3) Pour $x > 0$, $10^{\log(x)} = x$

Exemple 1

- 1) $10^x = 7$ donc $x = \dots\dots\dots$
 2) $\log(10^4) = \dots\dots\dots$
 3) $10^{\log(48)} = \dots\dots\dots$

Propriété 2

La fonction logarithme décimal est croissante sur $]0; +\infty[$

II Propriétés

Propriété 3

- 1) a) $\log(1) = 0$ b) $\log(10) = 1$ c) $\log\left(\frac{1}{10}\right) = -1$
 2) Pour $a > 0$ et $b > 0$: $\log(a \times b) = \log(a) + \log(b)$ et $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a) - \log(b)$
 3) Pour $b > 0$: $\log\left(\frac{1}{b}\right) = -\log(b)$
 4) Pour $a > 0$ et n entier naturel : $\log(a^n) = n \log(a)$

Exemple 2

Simplifier les expressions suivantes :

$$A = \log(10^5) + \log\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$B = \log(2 + \sqrt{3}) + \log(2 - \sqrt{3})$$

$$C = 3\log(2) - 2\log(4)$$

III Résolution d'équations et d'inéquations

Propriété 4

- 1) Pour $a > 0$ et $b > 0$, $a = b \Leftrightarrow \log(a) = \log(b)$
- 2) Pour $a > 0$ et $b > 0$, $a < b \Leftrightarrow \log(a) < \log(b)$

Exercice 1

1) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $4^x = 5$

2) Résoudre dans $]0; +\infty[$ l'inéquation $x^6 < 2$

3) 6 augmentations successives de $t\%$ correspondent à une augmentation globale de 25%. Donner une valeur approchée du taux moyen t

Remarque

- 1) On retrouve la propriété établie dans le chapitre 04 : Fonctions exponentielles : $x^n = a \Leftrightarrow x = a^{\frac{1}{n}}$
- 2) $2^{\frac{1}{6}}$ se lit "racine 6^{ieme} de 2" et peut se noter $\sqrt[6]{2}$