

Variables aléatoires - Partie 2

I Coefficients binomiaux

1) Définitions et propriétés

Définition 1

On réalise une expérience suivant un schéma de Bernoulli de paramètres n et p .

On appelle **coefficient binomiale** noté $\binom{n}{k}$ le nombre de chemins conduisant à k succès parmi n épreuves

sur l'arbre de probabilités représentant l'expérience $\binom{n}{k}$ se lit : " **k parmi n** "

Propriété 1

$$\binom{n}{0} = 1 \qquad \binom{n}{n} = 1 \qquad \binom{n}{1} = n$$

Démonstration

$\binom{n}{k}$ Avec la calculatrice :

Touches : Taper le n puis MATH, menu **PROB**, choisir **Combinaison** et enfin taper le k

$\binom{n}{k}$ Avec le tableur :

Taper : =COMBIN($n;k$)

2) Triangle de Pascal

Propriété 2

Propriété du triangle de Pascal :

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

Démonstration

Avec $n = 5$ et $k = 3$

Le tableau qui suit se complète de proche en proche d'après la propriété du triangle de pascal

①	②
	③

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} = \textcircled{3}$$

n \ k	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	1								
1	1	1							
2	1	2	1						
3	1	3	3	1					
4	1	4	6	4	1				
5									
6									
7									
8									

Compléter le tableau précédent.

Ainsi : $\binom{3}{2} = 3$

$\binom{6}{2} = \dots\dots\dots$

$\binom{8}{4} = \dots\dots\dots$

II Utilisation des coefficients Binomiaux pour la loi Binomiale

Propriété 3

Soit X une variable aléatoire qui suit une loi Binomiale de paramètres n et p

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \times p^k \times (1 - p)^{n-k}$$

Exercice 1

Une urne contient 5 boules jaunes et 7 boules bleues. Une expérience consiste à tirer au hasard 4 fois de suite une boule et de la remettre.

Soit X la variable aléatoire comptant le nombre de boules bleues.

1) Quelle loi suit X , déterminer ses paramètres

2) Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 9 boules bleues? (arrondir au centième)