# Fonctions exponentielles

## I Définitions et propriétés

On considère une suite $(u_n)$ géométrique de raison $a$ et de première terme $u_0 = 1$.
On a donc $u_n = a^n$ définie pour tout entier naturel $n$.
En prolongeant son ensemble de définition pour tout réel positif, on définit la fonction exeponentielle de base $a$.

**Définition 1**
*La fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par* $\boldsymbol{f(x) = a^x}$ *avec $a > 0$ s'appelle* ***fonction exponentielle de base a***

**Exemple 1**
$f(x) = 4^x$ est appelée ..............................................................................................................
La fonction $g$ est appelée fonction exponentielle de base $1,7$. donc $g(x) =$ ........................................................

**Propriété 1**
1)Pour tout réel $x$, $\boldsymbol{a^{-x} = \dfrac{1}{a^x}}$

2)Pour tout $a > 0$, la fonction exponentielle de base $a$ **est strictement positive sur** $\mathbb{R}$

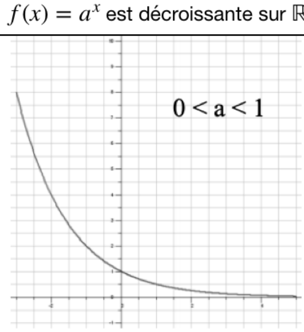
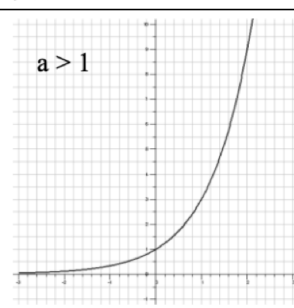
3) a) $\boldsymbol{a^0 = 1}$ et $\boldsymbol{a^1 = a}$ b) $\boldsymbol{a^{x+y} = a^x \times a^y}$ c) $\boldsymbol{a^{x-y} = \dfrac{a^x}{a^y}}$ d) $\boldsymbol{(a^x)^n = a^{nx}}$

**Exemple 2**
Simplifier les expressions suivantes :
$A = 3^5 \times 3^{-7}$

$B = 5,1^{4,5} \times (5,1^4)^{-2,1}$

$C = \dfrac{2^{4,5} \times 2^{-3}}{8^3}$

## II Variations

| Si $0 < a < 1$ | Si $a > 1$ |
|---|---|
| $f(x) = a^x$ est décroissante sur $\mathbb{R}$ | $f(x) = a^x$ est croissante sur $\mathbb{R}$ |
|   |   |

**Remarque**
1) Pour tout réel $a > 0$ la fonction exponentielle passe par le point de coordonnées $(0;1)$ (car $a^0 = 1$)
2) Si $a = 1$ la fonction exponentielle est constante (car $a^x = 1^x = 1$)
3) On retrouve les résultats pour les variations des suites géométriques

**Exercice 1**
On suppose qu'une population évolue selon la loi $P(x) = 10 \times 1,07^x$ où $P(x)$ est la population au temps $x$ (en jours)

1) Déterminer $P(0)$

2) A l'aide de la calculatrice, donner un arrondi au centième, de la population au bout de 2 jours et de 3 jours et demi

3) Déterminer les variations de $P$ sur $[0;+\infty[$

4) A l'aide de la calculatrice, déterminer au bout de combien de temps la population a doublé

# III Taux d'évolution moyen

Soit $t$ le taux d'évolution moyen annuel.
On note $CM$ le coefficient multiplicateur correspondant à une augmentation sur 1 an de $t\%$.
On a donc $CM = 1 + \dfrac{t}{100}$
Le coefficient multiplicateur correspondant à une augmentation sur "n" années est égal à :
$(1 + \dfrac{t}{100}) \times (1 + \dfrac{t}{100}) \times ... \times (1 + \dfrac{t}{100}) = (1 + \dfrac{t}{100})^n$

**Propriété 2**
**Si $x^n = a$ alors une solution positive est $x = a^{\frac{1}{n}}$**

**Exercice 2**
Entre 2017 et 2021, le prix de l'électricité a augmenté de 20%.
Calculer le taux dévolution moyen annuel. (arrondir au centième)

**Remarque**
$a^{\frac{1}{n}}$ est appelé **racine n-ième** de $a$ notée aussi $\sqrt[n]{a}$
Si $x^2 = a$ alors $x = \sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$