Exercices : Compléments sur la dérivation

Exercice 1

Déterminer l'expression de la fonction dérivée de chacune des fonction suivantes :

a. $f(x) = \left(3{\cdot}x+5\right)^5$ b. $g(x) = \dfrac{1}{3{\cdot}x^4+11}$

c. $h(x) = \sqrt{x^2+x+1}$ d. $j(x) = \sqrt{\dfrac{1}{x}}$

Exercice 2

On considère la fonction f définie par :
$f\colon x \longmapsto \sqrt{-2x^2-x+6}$

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.
2. Donner l'expression de la fonction dérivée de la fonction f.

Exercice 3

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $\left]-\infty\,;-\dfrac{1}{2}\right]$ par la relation par la relation suivante :

$f(x) = \sqrt{2x^2-3x-2}$

Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ en -1

Exercice 4

Déterminer l'expression, sous forme simplifiée, de la fonction f' dérivée de la fonction f définie par :
$f(x) = \left(\sqrt{x+1}\right)^3$

Exercice 5

Pour chacune des fonctions ci-dessous, donner l'expression simplifiée de leur fonction dérivée :

a. $f(x) = \left(3x^2-2x+1\right)\sqrt{x}$ b. $g(x) = (2x+1)\cdot\sqrt{3-x}$

Exercice 6

Pour chaque fonction, déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f :

a. $f(x) = \mathrm{e}^{2-x^2}$ b. $f(x) = \mathrm{e}^{x^2+1}$ c. $f(x) = \mathrm{e}^{x^2+x+1}$

Exercice 7

Pour chaque fonction, déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f :

a. $f(x) = \left(2{\cdot}x+1\right)\mathrm{e}^{x+1}$ b. $f(x) = x{\cdot}\mathrm{e}^{3\cdot x^2}$

Exercice 8

On considère la fonction g définie par la relation :
$g(x) = \sqrt{x^2-2x+3}$

On note $\mathscr{C}_g$ la courbe représentative de la fonction g.

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction g.
2. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_g$ au point d'abscisse $\dfrac{3}{2}$.

Exercice 9

On considère la fonction f définie par la relation :
$f(x) = \sqrt{6x^2+13x-5}$

1. Justifier que la fonction f admet pour ensemble de définition la partie I de $\mathbb{R}$ définie par :
$I = \left]-\infty\,;-\dfrac{5}{2}\right] \cup \left[\dfrac{1}{3}\,;+\infty\right[$.
2. Déterminer le sens de variation de la fonction f sur son ensemble de définition I.

Exercice 10

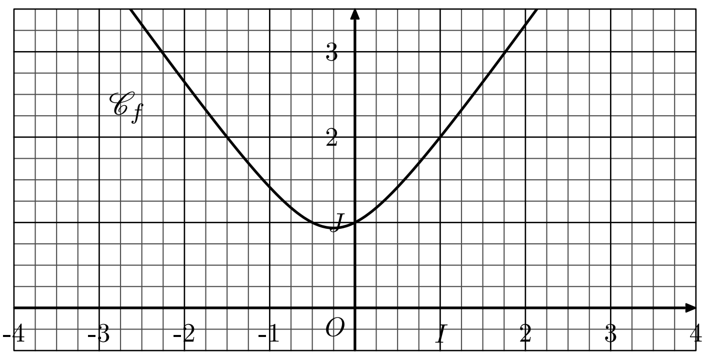
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont l'image d'un nombre x est donnée par la relation :
$f(x) = (5x^2+3x+2)^5$

1. Déterminer l'expression de la dérivée f' de la fonction f.
2. Etudier les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 11

On considère la fonction f dont l'image d'un nombre x est donnée par la relation :
$f(x) = \sqrt{2x^2+x+1}$

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.
2. Déterminer le tableau de variations de la fonction f.
3. Dans un repère $(O\,;I\,;J)$, on donne la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f :



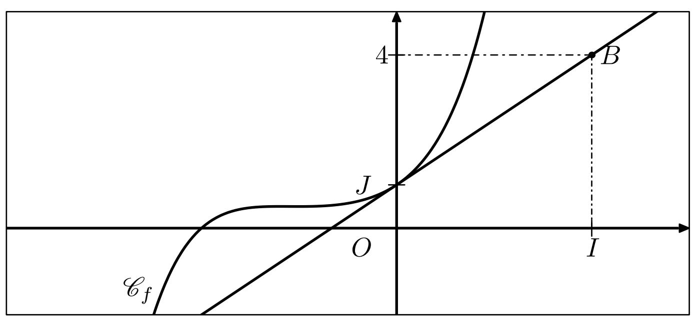
a. Déterminer l'équation de la tangente (d) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

b. Tracer la droite (d) dans le repère ci-dessus.

Exercice 12

On considère la fonction f définie par la relation :
$f(x) = (a{\cdot}x+1)\cdot\left(2x^2+x+1\right)^2$

Dans un repère $(O\,;I\,;J)$ orthogonal donné ci-dessous, on représente la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f :



La droite (d) passe par les points J et $B(1\,;4)$.

1. a. Justifier que la courbe $\mathscr{C}_f$ passe par le point J.

   b. Déterminer le coefficient de la droite (JB).

   c. Démontrer que tout réel x, on a :
   $$f'(x) = \left[10ax^2 + (3a+8)\cdot x + (a+2)\right]\cdot\left(2x^2 + x + 1\right)$$

   d. On suppose que la droite (JB) est tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point J. Déterminer la valeur de a. Justifier votre réponse.

2. On admet que f' a pour expression :
   $$f'(x) = \left(10x^2 + 11x + 3\right)\left(2x^2 + x + 1\right)$$

   Déterminer les sens de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$.