CORRECTIONS

Exercices : Compléments sur la dérivation

Correction 1

a. La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$.

La fonction f est la puissance 5-ième de la fonction $u(x)$ où :
$u(x) = 3x+5 \quad ; \quad u'(x) = 3$

La formule de dérivation de la puissance d'une fonction donne l'expression de la fonction f :
$$f'(x) = 5{\cdot}u'(x){\cdot}\big[u(x)\big]^4 = 5{\times}3{\cdot}\big(3x+5\big)^4 = 15{\cdot}\big(3x+5\big)^4$$

b. Le dénominateur étant toujours strictement positif, la fonction g est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

La fonction g est définie par l'inverse de la fonction u définie par :
$u(x) = 3x^4+1 \quad ; \quad u'(x) = 12{\cdot}x^3$

La formule de dérivation de l'inverse d'une fonction permet d'obtenir l'expression de la fonction g', dérivée de la fonction g :
$$g'(x) = -\frac{u'(x)}{\big[u(x)\big]^2} = -\frac{12{\cdot}x^3}{\big(3x^4+11\big)^2}$$

c. La fonction h est la composée de la fonction u par la fonction racine carrée où :
$u(x) = x^2+x+1 \quad ; \quad u'(x) = 2x+1$

La formule de dérivation d'une fonction racine carrée permet d'obtenir la dérivée de h' :
$$h'(x) = \frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}} = \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x+1}}$$

d. La fonction j est dérivable sur $\mathbb{R}_*^+$.

La fonction j est la composée de la fonction u par la fonction racine carrée où :
$u(x) = \frac{1}{x} \quad ; \quad u'(x) = -\frac{1}{x^2}$

Ainsi, la formule de dérivation de la fonction racine carrée permet d'obtenir l'expression de la fonction j' :
$$j'(x) = \frac{u'(x)}{2{\cdot}\sqrt{u(x)}} = \frac{-\frac{1}{x^2}}{2{\cdot}\sqrt{\frac{1}{x}}} = -\frac{1}{x^2}{\cdot}\frac{1}{2{\cdot}\sqrt{\frac{1}{x}}} = -\frac{1}{2x^2{\cdot}\sqrt{\frac{1}{x}}}$$

Correction 2

1. Une racine carrée n'est définie que si l'expression située sous son radical est positive ou nulle. Ainsi, pour déterminer l'ensemble de définition de la fonction f, il est nécessaire de déterminer le signe du polynôme $-2x^2-x+6$

Ce polynôme admet pour discriminant :
$\Delta = b^2-4ac = (-1)^2-4{\times}(-2){\times}6 = 1+48 = 49$
On a la simplification suivante :
$\sqrt{\Delta} = \sqrt{49} = 7$

Le discriminant étant strictement positif, ce polynôme admet les deux racines suivantes :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-1)-7}{2{\times}(-2)} = \frac{1-7}{-4} = \frac{-6}{-4} = \frac{3}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-1)+7}{2{\times}(-2)} = \frac{1+7}{-4} = \frac{8}{-4} = -2$$

Le coefficient du terme du second degré de ce polynôme étant strictement négatif, on en déduit le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		-2		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$-2x^2-x+6$		$-$	0	$+$	0	$-$	

On en déduit que la fonction f est définie sur l'intervalle $\left[-2\,;\frac{3}{2}\right]$.

2. L'expression de la fonction f est définie par la composée de la fonction u par la fonction racine carrée où :
$u(x) = -2x^2-x+6 \quad ; \quad u'(x) = -4x-1$

La formule de dérivation de la fonction racine carrée permet d'obtenir l'expression de la fonction dérivée f :
$$f'(x) = \frac{u'(x)}{2{\cdot}\sqrt{u(x)}} = \frac{-4x-1}{2{\cdot}\sqrt{-2x^2-x+6}}$$

Correction 3

Le nombre dérivée de la fonction g en -1 est définie par la limite :
$$f'(-1) = \lim_{h\mapsto 0}\frac{f(-1+h)-f(-1)}{h}$$
On a les transformation algébrique suivante :
$$\frac{f(-1+h)-f(-1)}{h}$$
$$= \frac{\sqrt{2(-1+h)^2-3(-1+h)-2}-\sqrt{3}}{h}$$
$$= \frac{\sqrt{2(1-2h+h^2)+3-3h-2}-\sqrt{3}}{h}$$
$$= \frac{\sqrt{2-4h+2h^2+3-3h-2}-\sqrt{3}}{h}$$
$$= \frac{\sqrt{2h^2-7h+3}-\sqrt{3}}{h}$$
Le facteur $\sqrt{2h^2-7h+3}+\sqrt{3}$ est non-nul :
$$= \frac{\Big(\sqrt{2h^2-7h+3}-\sqrt{3}\Big)\Big(\sqrt{2h^2-7h+3}+\sqrt{3}\Big)}{h\Big(\sqrt{2h^2-7h+3}+\sqrt{3}\Big)}$$
$$= \frac{2h^2-7h+3-3}{h\Big(\sqrt{2h^2-7h+3}+\sqrt{3}\Big)} = \frac{2h^2-7h}{h\Big(\sqrt{2h^2-7h+3}+\sqrt{3}\Big)}$$
$$= \frac{2h-7}{\sqrt{2h^2-7h+3}+\sqrt{3}}$$
Ainsi, le nombre dérivé en -1 a pour valeur :

$$f'(-1)=\lim_{h\mapsto 0}\frac{f(-1+h)-f(-1)}{h}$$

$$=\lim_{h\mapsto 0}\frac{2h-7}{\sqrt{2h^2-7h+3}+\sqrt{3}}=\frac{-7}{2\sqrt{3}}=-\frac{7\sqrt{3}}{6}$$

L'équation réduite de la tangente s'obtient par la formule :

$$y=f'(a)(x-a)+f(a)$$

$$y=f'(-1)\big[x-(-1)\big]+f(-1)$$

$$y=-\frac{7\sqrt{3}}{6}(x+1)+\sqrt{3}$$

$$y=-\frac{7\sqrt{3}}{6}x-\frac{7\sqrt{3}}{6}+\sqrt{3}$$

$$y=-\frac{7\sqrt{3}}{6}x-\frac{\sqrt{3}}{6}$$

Correction 4

La fonction f est la puissance 3 de la fonction u où :

$u(x)=\sqrt{x+1}$

La fonction u est la composée de la fonction v par la fonction racine carrée où :

$v(x)=x+1 \quad ; \quad v'(x)=1$

La formule de dérivation de la fonction racine carrée permet d'obtenir l'expression de la fonction u' :

$$u'(x)=\frac{v'(x)}{2\sqrt{v(x)}}=\frac{1}{2\sqrt{x+1}}$$

La formule de dérivation de la puissance d'une fonction permet d'obtenir l'expression de la fonction f' :

$$f'(x)=3\cdot u'(x)\cdot\big[u(x)\big]^2=3\cdot\frac{1}{2\sqrt{x+1}}\big(\sqrt{x+1}\big)^2$$

$$=\frac{3}{2\sqrt{x+1}}(x+1)=\frac{3(x+1)}{2\sqrt{x+1}}$$

Correction 5

a. La fonction f est définie par le produit des fonctions u et v définies par :

$u(x)=3x^2-2x+1 \quad ; \quad v(x)=\sqrt{x}$

qui admettent pour dérivées :

$u'(x)=6x-2 \quad ; \quad v'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

La formule de dérivation d'un produit permet d'obtenir l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f :

$$f'(x)=u'(x)\cdot v(x)+u(x)\cdot v'(x)$$

$$=(6x-2)\sqrt{x}+(3x^2-2x+1)\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$=\frac{2(6x-2)\big(\sqrt{x}\big)^2+(3x^2-2x+1)}{2\sqrt{x}}$$

$$=\frac{12x^2-4x+3x^2-2x+1}{2\sqrt{x}}=\frac{15x^2-6x+1}{2\sqrt{x}}$$

b. La fonction g est définie par le produit des fonctions u et v où :

$u(x)=2x+1 \quad ; \quad v(x)=\sqrt{3-x}$

qui admettent pour dérivée

- $u'(x)=2$
- Soit w la fonction définie par :

  $w(x)=\sqrt{x} \quad ; \quad w'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

  La fonction v est la composée d'une fonction affine par la fonction w :

  $v(x)=w(3-x)$

  La fonction v' admet pour expression :

  $$v'(x)=-1\cdot w'(3-x)=-\frac{1}{2\sqrt{3-x}}=\frac{-1}{2\sqrt{3-x}}$$

La formule de dérivation d'un produit permet d'obtenir l'expression de la fonction g' dérivée de la fonction g :

$$g'(x)=u'(x)\cdot v(x)+u(x)\cdot v'(x)$$

$$=2\cdot\sqrt{3-x}+(2x+1)\cdot\frac{-1}{2\sqrt{3-x}}$$

$$=\frac{\big(2\cdot\sqrt{3-x}\big)^2}{2\sqrt{3-x}}+\frac{-2x-1}{2\sqrt{3-x}}=\frac{4(3-x)-2x-1}{2\sqrt{3-x}}$$

$$=\frac{12-4x-2x-1}{2\sqrt{3-x}}=\frac{11-6x}{2\sqrt{3-x}}$$

Correction 6

1. L'expression de la fonction f est donnée sous la forme :

   $f(x)=\mathrm{e}^{u(x)}$

   où la fonction u est définie par :

   $u(x)=2-x^2 \quad ; \quad u'(x)=-2\cdot x$

   La formule de dérivation de la fonction exponentielle donne l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f :

   $f'(x)=u'(x)\cdot\mathrm{e}^{u(x)}=-2x\cdot\mathrm{e}^{2-x^2}$

2. L'expression de la fonction f est donnée sous la forme :

   $f(x)=\mathrm{e}^{u(x)}$

   où la fonction u est définie par :

   $u(x)=x^2+1 \quad ; \quad u'(x)=2\cdot x$

   La formule de dérivation de la fonction exponentielle donne l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f :

   $f'(x)=u'(x)\cdot\mathrm{e}^{u(x)}=2x\cdot\mathrm{e}^{x^2+1}$

3. L'expression de la fonction f est donnée sous la forme :

   $f(x)=\mathrm{e}^{u(x)}$

   où la fonction u est définie par :

   $u(x)=x^2+x+1 \quad ; \quad u'(x)=2\cdot x+1$

   La formule de dérivation de la fonction exponentielle donne l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f :

   $f'(x)=u'(x)\cdot\mathrm{e}^{u(x)}=\big(2\cdot x+1\big)\cdot\mathrm{e}^{x^2+x+1}$

Correction 7

1. L'expression de la fonction f est donnée sous la forme du produit des fonctions u et v définies par :

   $u(x)=2\cdot x+1 \quad ; \quad v(x)=\mathrm{e}^{x+1}$

   qui admettent pour dérivées :

   $u'(x)=2 \quad ; \quad v'(x)=\mathrm{e}^{x+1}$

   La formule de dérivation d'un produit permet d'obtenir l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f :

$$f'(x)=u'(x)\cdot v(x)+u(x)\cdot v'(x)=2\cdot\mathrm{e}^{x+1}+\big(2\cdot x+1\big)\cdot\mathrm{e}^{x+1}$$

$$=\big(2+2\cdot x+1\big)\cdot\mathrm{e}^{x+1}=\big(2\cdot x+3\big)\cdot\mathrm{e}^{x+1}$$

2. L'expression de la fonction f est donnée sous la forme du produit des fonctions u et v définies par :

   $u(x)=x \quad ; \quad v(x)=\mathrm{e}^{3\cdot x^2}$

   qui admettent pour dérivées :

   $u'(x)=1 \quad ; \quad v'(x)=6x\cdot\mathrm{e}^{3\cdot x^2}$

   La formule de dérivation d'un produit permet d'obtenir l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f :

$$f'(x)=u'(x)\cdot v(x)+u(x)\cdot v'(x)=1\cdot e^{3\cdot x^2}+x\cdot\left(6x\cdot e^{3\cdot x^2}\right)$$
$$=e^{3\cdot x^2}+6x^2\cdot e^{3\cdot x^2}=\left(6x^2+1\right)\cdot e^{3\cdot x^2}$$

Correction 8

1. La racine carrée d'un nombre n'est définie que si ce nombre est positif ou nul; cherchons les valeurs pour lesquelles, le polynôme se trouvant sous le radical est positif ou nul:

Ce polynôme admet pour discriminant:
$\Delta=b^2-4\cdot a\cdot c=(-2)^2-4\times1\times3=4-12=-8$

Le discriminant de ce polynôme étant strictement négatif, ce polynôme n'admet aucune racine sur $\mathbb{R}$.

Ainsi, ce polynôme admet pour signe sur $\mathbb{R}$ le coefficient du terme du second degré:

x	$-\infty$	$+\infty$
x^2-2x+3	$+$	

La fonction g est donc définie sur $\mathbb{R}$.

2. La fonction g est la composée de la fonction u par la fonction racine carrée où:
$u(x)=x^2-2x+3\quad;\quad u'(x)=2x-2$

La formule de dérivation de la fonction racine carrée permet d'obtenir l'expression de la fonction g':
$$g'(x)=\frac{u'(x)}{2\cdot\sqrt{u(x)}}=\frac{2x-2}{2\sqrt{x^2-2x+3}}=\frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+3}}$$

On a les deux valeurs suivantes:

- $g\left(\frac{3}{2}\right)=\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2-2\times\frac{3}{2}+3}$
$=\sqrt{\frac{9}{4}-\frac{6}{2}+3}=\sqrt{\frac{9}{4}}=\frac{3}{2}$
- $g'\left(\frac{3}{2}\right)=\dfrac{\frac{3}{2}-1}{\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2-2\times\frac{3}{2}+3}}=\dfrac{\frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{9}{4}}}=\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}}$
$=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

Ainsi, la courbe $\mathscr{C}_g$ admet au point d'abscisse $\frac{3}{2}$ la tangente d'équations:
$$y=g'\left(\frac{3}{2}\right)\cdot\left(x-\frac{3}{2}\right)+g\left(\frac{3}{2}\right)$$
$$y=\frac{1}{3}\cdot\left(x-\frac{3}{2}\right)+\frac{3}{2}$$
$$y=\frac{1}{3}\cdot x-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}$$
$$y=\frac{1}{3}\cdot x+1$$

Correction 9

1. Déterminons le signe du polynôme du second degré situé sous le radical. Ce polynôme a pour discriminant:
$\Delta=b^2-4\cdot a\cdot c=13^2-4\times6\times(-5)=169-(-120)=289$
On a la simplification: $\sqrt{289}=\sqrt{17^2}=17$

Le discriminant étant strictement positif, ce polynôme admet les deux racines suivantes:

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2\cdot a}=\frac{-13-17}{2\times6}=\frac{-30}{12}=-\frac{5}{2}$$
$$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2\cdot a}=\frac{-13+17}{2\times6}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$$

Le coefficient du second degré étant strictement positif, on a le tableau de signes suivant:

x	$-\infty$		$-\frac{5}{2}$		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$6x^2+13x-5$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Une racine carrée n'étant définie que pour un nombre positif ou nul, on en déduit que l'image d'un nombre x par la fonction f ne peut exister que si l'expression sous le radical est positif ou nul. On en déduit l'ensemble de définition de la fonction f:
$\mathcal{D}_f=I=\left]-\infty\,;-\frac{5}{2}\right]\cup\left[\frac{1}{3}\,;+\infty\right[$

2. L'expression de la fonction f est donnée sous la forme de la composée d'une fonction u par la fonction racine carrée où:
$u(x)=6x^2+13x-5\quad;\quad u'(x)=12x+13$

Par la formule de la dérivée de la composée d'une fonction par la fonction racine carrée, on obtient l'expression de la fonction f', dérivée de la fonction f:
$$f'(x)=\frac{u'(x)}{2\cdot\sqrt{u(x)}}=\frac{12x+13}{2\cdot\sqrt{6x^2+13x-5}}$$

Ainsi, on a le tableau de signes suivant:

x	$-\infty$		$-\frac{5}{2}$		$-\frac{13}{12}$		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$12x+13$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$2\sqrt{6x^2+13x-5}$		$+$	0				0	$+$	
$f'(x)$		$-$	‖				‖	$+$	

Pour $x\neq0$, on a les transformations algébriques:
$$f(x)=\sqrt{6x^2+13x-5}=\sqrt{x^2\cdot\left(6+\frac{13}{x}-\frac{5}{x^2}\right)}$$
On a les deux limites suivantes:
$$\lim_{x\mapsto-\infty}x^2=+\infty\quad;\quad\lim_{x\mapsto-\infty}6+\frac{13}{x}-\frac{5}{x^2}=6$$
On en déduit la limite:
$$\lim_{x\mapsto-\infty}x^2\cdot\left(6+\frac{13}{x}-\frac{5}{x^2}\right)=+\infty\Longrightarrow\lim_{x\mapsto-\infty}f(x)=+\infty$$
De même, on obtient la limite: $\lim_{x\mapsto+\infty}f(x)=+\infty$

Ainsi, la fonction f admet le tableau de variations suivant:

x	-∞	$-\frac{5}{2}$	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
Variation de f	$+\infty$ ↘	0	0	↗ $+\infty$

Correction 10

1. L'expression de la fonction f est donnée sous la forme:
$f(x)=\left[u(x)\right]^5$
où la fonction u est définie par:

$u(x) = 5x^2 + 3x + 2 \quad ; \quad u'(x) = 10x + 3$

La formule de dérivation de la puissance n-ième d'une fonction permet d'obtenir l'expression de la fonction f :

$f'(x) = 5{\cdot}u'(x){\cdot}\big[u(x)\big]^4 = 5{\cdot}\big(10x+3\big){\cdot}\big(5x^2+3x+2\big)^4$

2. Déterminons le discriminant de l'expression $5x^2{+}3x{+}2$:

$\Delta = b^2 - 4{\cdot}a{\cdot}c = 3^2 - 4{\times}5{\times}2 = 9 - 40 = -31$

Le discriminant de ce polynôme étant strictement négatif, ce polynôme ne s'annule pas sur $\mathbb{R}$.

On en déduit que le facteur $\big(5x^2{+}3x{+}2\big)^4$ est strictement positif.

Le signe de la dérivée f' ne dépend que du facteur $10x+3$. On obtient le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		$-\dfrac{3}{10}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

Ainsi, les variations de la fonction f sont résumées dans le tableau ci-dessous :

x	-∞		$-\frac{3}{10}$		$+\infty$
Variation de f		↘		↗	

Correction 11

1. La fonction f est définie si l'expression située sous le radical a des valeurs positives ou nulles.

Déterminons le signe du polynôme du second degré situé sous le radical. Il a pour discriminant :

$\Delta = b^2 - 4{\cdot}a{\cdot}c = 1^2 - 4{\times}2{\times}1 = 1 - 8 = -7$

Le discriminant étant strictement négatif, on en déduit que ce polynôme a pour signe sur $\mathbb{R}$ le signe de son coefficient du second degré : ce polynôme est touours strictement positif.

On en déduit : $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$.

2. La fonction f est définie par la racine carrée de la fonction u où :

$u(x) = 2x^2 + x + 1 \quad ; \quad u'(x) = 4x + 1$

La formule de dérivation de la composée d'une fonction par la racine carré, on obtient l'expression de la fonction f' :

$$f'(x) = \frac{u'(x)}{2{\cdot}\sqrt{u(x)}} = \frac{4x+1}{2\sqrt{2x^2+x+1}}$$

Le dénominateur étant strictement positif, le signe de f' ne dépend que de son numérateur :

x	$-\infty$		$-\dfrac{1}{4}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

Ainsi, la fonction f admet le tablaeu de variation suivant :

x	-∞		$-\frac{1}{4}$		$+\infty$
Variation de f		↘		↗	

3. a. On a les deux valeurs suivantes :

- $f(1) = \sqrt{2{\times}1^2+1+1} = \sqrt{4} = 2$
- $f'(1) = \dfrac{4{\times}1+1}{2{\cdot}\sqrt{2{\times}1^2+1+1}} = \dfrac{5}{2{\times}2} = \dfrac{5}{4}$

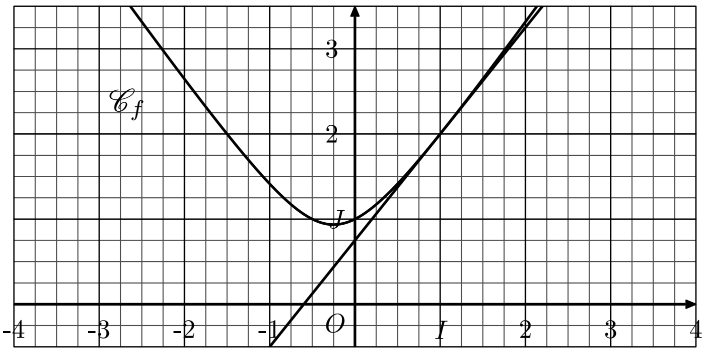
Ainsi, la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1 admet pour équation :

$y = f'(1){\cdot}\big(x-1\big) + f(1)$

$y = \dfrac{5}{4}{\cdot}\big(x-1\big) + 2$

$y = \dfrac{5}{4}{\cdot}x - \dfrac{5}{4} + 2$

$y = \dfrac{5}{4}{\cdot}x + \dfrac{3}{4}$



Correction 12

1. a. On a l'image suivante par la fonction f :

$f(0) = \big(a{\times}0+1\big)\big(2{\times}0^2+0+1\big)^2 = 1{\times}1^2 = 1$

Ainsi, le point de coordonnée $(0\,;1)$ appartient à la courbe $\mathscr{C}_f$: on a $\mathscr{C}_f$ qui passe par le point J.

b. Le coefficient de la droite (JB) a pour valeur :

$\dfrac{y_B - y_J}{x_B - x_J} = \dfrac{4-1}{1-0} = \dfrac{3}{1} = 3$

c. L'expression de la fonction f est donnée sous la forme du produit des fonctions u et v définies par :

$u(x) = a{\cdot}x + 1 \quad ; \quad v(x) = \big(2x^2+x+1\big)^2$

qui admetent pour dérivées :

$u'(x) = a \quad ; \quad v'(x) = 2\big(4x+1\big)\big(2x^2+x+1\big)$

La formule de dérivation d'un produit permet d'obtenir l'expression de la fonction f' :

$f'(x) = u'(x){\cdot}v(x) + u(x){\cdot}v'(x)$

$= a{\cdot}\big(2x^2+x+1\big)^2 + \big(a{\cdot}x+1\big)\Big[2\big(4x+1\big)\big(2x^2+x+1\big)\Big]$

$= \Big[a{\cdot}\big(2x^2+x+1\big) + \big(a{\cdot}x+1\big)\big(8x+2\big)\Big]{\cdot}\big(2x^2+x+1\big)$

$= \big(2a{\cdot}x^2 + a{\cdot}x + a + 8a{\cdot}x^2 + 2a{\cdot}x + 8x + 2\big){\cdot}\big(2x^2+x+1\big)$

$= \big[10a{\cdot}x^2 + (3a{+}8){\cdot}x + (a{+}2)\big]{\cdot}\big(2x^2+x+1\big)$

d. Si la droite (JB) est la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0 alors le nombre dérivé de la fonction f en 0 a pour valeur le coefficient directeur de la droite (JB) :

$$f'(0) = 3$$
$$\big[10a{\times}0^2 + (3a{+}8){\cdot}0 + (a{+}2)\big]{\cdot}\big(2{\times}0^2+0+1\big) = 3$$
$$(a+2){\times}1 = 3$$
$$a = 3 - 2$$
$$a = 1$$

2. Etudions le signe des deux facteurs du produit définissant la fonction f' :

- Pour le polynôme $10x^2{+}11x{+}3$, on a le discriminant :

$\Delta = b^2 - 4{\cdot}a{\cdot}c = 11^2 - 4{\times}10{\times}3 = 121 - 120 = 1$

Le discriminant étant strictement positif, on en déduit que ce polynôme admet les deux racines :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2{\cdot}a} = \frac{-11-1}{2{\times}10} = \frac{-12}{20} = -\frac{3}{5}$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2{\cdot}a} = \frac{-11+1}{2{\times}10} = \frac{-10}{20} = -\frac{1}{2}$$

Le coefficient du terme du second degré étant positif, on en déduit que ce polynôme est négatif sur l'intervalle $\left[-\frac{3}{5}\,;-\frac{1}{2}\right]$.

- Pour le polynôme $2x^2+x+1$, on a le discriminant :
  $\Delta = b^2 - 4{\cdot}a{\cdot}c = 1^2 - 4{\times}2{\times}1 = 1 - 8 = -7$

  Le discriminant étant strictement négatif, on en déduit que ce polynôme a pour signe sur $\mathbb{R}$ le signe de son coefficient du second degré.

On obtient le tableau de signes :

x	$-\infty$		$-\frac{3}{5}$		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
$10x^2+11x+3$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$2x^2+x+1$		$+$		$+$		$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

On en déduit les sens de variations de la fonction f :

- La fonction f est croissante sur l'intervalle $\left]-\infty\,;-\frac{3}{5}\right]$ et sur l'intervalle $\left[-\frac{1}{2}\,;+\infty\right[$.
- La fonction f est décroissante sur $\left[-\frac{3}{5}\,;-\frac{1}{2}\right]$