Probabilités

I Vocabulaire

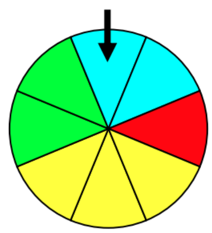
1) Expérience aléatoire et univers

Définition 1
*Une expérience est aléatoire lorsqu'elle a plusieurs résultats (ou **issues**) et que l'on ne peut pas prévoir, à priori, quel résultat se produira.*
*L'ensemble des issues d'une expérience s'appelle **l'univers** noté Ω.*
On note $\Omega = \{x_1; x_2; ...; x_n\}$ avec x_1, x_2 ... , x_n toutes les issues possibles.

Exemple 1
- On lance un dé et on regarde sa face supérieure (c'est une expérience aléatoire car on ne peut pas prévoir sur quelle face va tomber le dé).
Son univers est : $\Omega =$

- On lance une pièce et on regarde sur quelle face elle va tomber.
$\Omega =$

- On fait tourner une roue marquée de couleurs différentes sur ses secteurs et on regarde le secteur marqué par la flèche.
$\Omega =$



2) Evénement

Définition 2
- *Un évènement est constitué d'une ou plusieurs issues d'une même expérience aléatoire*
- *Un **évènement élémentaire** est un évènement réduit à une seule issue de l'expérience*
- *L'ensemble vide noté $\emptyset$ est un **évènement impossible** à se réaliser*
- *L'univers Ω est un évènement contenant toutes les issues et est appelé **évènement certain***

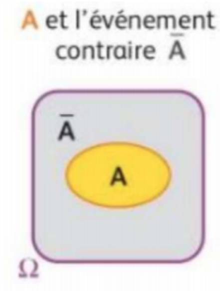
Exemple 2
On lance un dé à 6 faces numérotées de 1 à 6

1. Soit A l'événement : "tomber sur un nombre pair"
$A =$

2. Soit B l'évènement : "tomber sur un nombre strictement inférieur à 2"
$B =$
B est un

3. Soit C l'évènement : " tomber sur un nombre strictement supérieur à 9"
$C =$
C est un

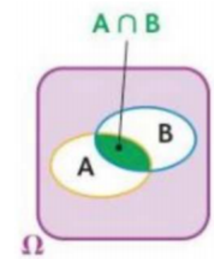
3) Evénement contraire



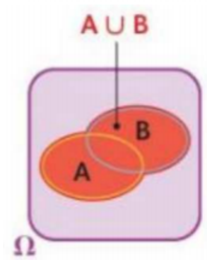
Définition 3
Soit A un événement de Ω.
L'évènement contraire de A est formé de toutes les issues qui ne réalisent pas A
On le note $\overline{A}$

Exemple 3
Reprenons l'exemple 2 avec le dé.
- $\overline{A}$ est donc l'évènement "Obtenir un nombre impair"
Donc $\overline{A} = \{1; 3; 5\}$
- $\overline{B}$ est donc l'évènement "Obtenir un nombre supérieur ou égal à 2"
Donc $\overline{B} =$

4) Intersection et réunion d'événements



Définition 4
*L'intersection de A et B est l'évenèment formé des issues qui réalisent à la fois l'évènement A **ET** l'évènement B*
*On le note $A \cap B$ et on le lit " A **inter** B"*



Définition 5
*L'union de A et B est l'événement formé des issues qui réalisent l'évènement A OU l'évènement B, c'est à dire **AU MOINS UN** des deux évènements*
*On le note $A \cup B$ et on le lit " A **union** B"*

II Loi de probabilité

Définition 6
Soit $\Omega = \{x_1; x_2; ...; x_n\}$ l'univers d'une expérience aléatoire.
*Définir **une loi de probabilité** sur Ω c'est associer à chaque issue x_i un nombre p_i appelé probabilité de x_i tel que :*

1. *Pour tout $i \in \mathbb{N}$, on a $0 \leq p_i \leq 1$*
2. *$p_1 + p_2 + ... + p_n = 1$*

Exemple 4
On lance un dé équilibré à 6 faces et on note la face du dé, donner la loi de probabilité de cette expérience

Exemple 5
On lance un dé équilibré à 12 faces et on note la face du dé, donner la loi de probabilité de cette expérience

Exemple 6
On fait tourner la roue de l'exemple 1 et on regarde la couleur, donner la loi de probabilité de cette expérience

Définition 7
Dans une expérience aléatoire, si toutes les issues ont la même probabilité p de se réaliser, on parle ***d'équiprobabilité****. Pour une expérience à n issues, alors* $\boldsymbol{p = \frac{1}{n}}$

Exemple 7
Quand on lance une pièce, il y a 2 issues possibles (pile ou face) et chacune a "autant de chance" de se réaliser, on est donc dans une situation d'équiprobabilité (avec $n = 2$) et donc $p = \frac{1}{2}$
Quand on lance un dé équilibré à 6 faces, il y a 6 issues possibles (1,2,3,4,5 ou 6) et chacune a "autant de chance" de se réaliser, on est donc dans une situation d'équiprobabilité (avec $n = 6$) et donc $p = \frac{1}{6}$

III Calculs de probabilités

1) Probabilité d'un évènement

Définition 8
La probabilité d'un évènement A notée $P(A)$ est la somme des probabilités des issues qui réalisent A.

Issue	1	2	3	4	5	6
Probabilité	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$

Exemple 8
Voici un dé à 6 faces truqué, de façon à ce qu'on ait les probabilités ci contre.
Soient A et B 2 évènements :
A: "Obtenir un nombre pair"
B: "Obtenir un nombre supérieur ou égal à 5"
Calculer $P(A)$ et $P(B)$

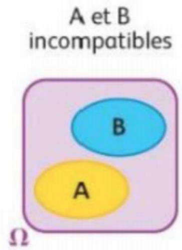
Propriété 1
Dans une situation d'équiprobabilité, la probabilité d'un évènement A est donnée par :
$P(A) = \dfrac{\text{nombre d'issues de A}}{\text{nombre d'issues de }\Omega}$

Exemple 9
On lance un dé cette fois-ci équilibré, et soient A et B les 2 évènements précédents.
$P(A) =$

$P(B) =$

2) Formules

Définition 9
Soient A et B deux évènements de l'univers Ω.
Si $A \cap B = \emptyset$ alors A et B sont dits ***incompatibles***
Ils n'ont rien en commun



Propriété 2
Pour tout évènement A et B : $\boldsymbol{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$

Propriété 3
Soit A un évènement.
$\boldsymbol{P(\overline{A}) = 1 - P(A)}$

Exemple 10
Dans une classe de 36 élèves, on sait que :
- 6 élèves en tout aiment les maths et le français.
- 12 élèves en tout aiment les maths
- 10 élèves en tout aiment le français
On choisit au hasard un élève de la classe, quelle est la probabilité qu'il aime les maths ou le français ?

3) Utiliser un arbre de probabilité

Voir la vidéo : Utiliser un arbre de probabilité :

`https://www.youtube.com/watch?v=H9CuMKLtQJY`