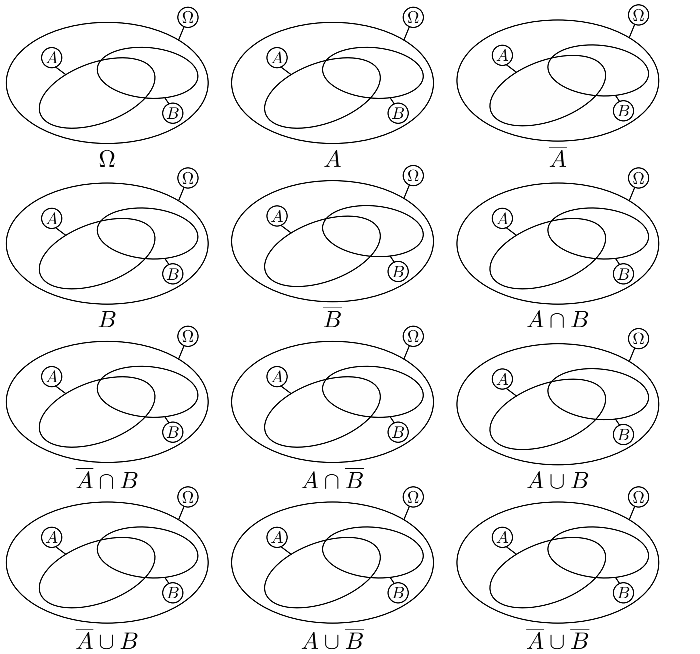
Exercices : Probabilités

Exercice 1

Ci-dessous sont représentés l'univers Ω d'une expérience aléatoire et deux évènements A et B de Ω. Pour chacune des représentations ci-dessous, hachurer l'ensemble demandé.



Exercice 2

Une urne contient 12 boules blanches, 5 boules noires et 8 boules bleues indiscernables au toucher. On considère notre univers d'expérience composé des trois événements élémentaires suivants :

- A : "*La boule tirée est blanche*"
- B : "*La boule tirée est noire*"
- C : "*La boule tirée est bleue*"

Compléter le tableau ci-dessous, au centième près, représentant la loi de probabilité de notre expérience :

X	A	B	C
$\mathcal{P}(X)$			

Exercice 3

Une urne contient 20 % de boules rouges, 50 % de boules vertes et le reste est composé de boules bleues. Les boules sont indiscernables au toucher.

L'expérience aléatoire considérée consiste à tirer une boule au hasard dans l'urne.

Déterminer la loi de probabilité de cette expérience.

Exercice 4

Voici le tableau représentant la loi de probabilité d'un dé truqué à six faces :

x_i	1	2	3	4	5	6
p_i	0,15	0,1	0,08	0,17	0,22	0,28

Déterminer la probabilité de chacun des évènements ci-dessous :

1. A : "*Le nombre obtenu est supérieur ou égal à 4*".
2. B : "*Le nombre obtenu est pair*".

Exercice 5

Voici le tableau représentant la loi de probabilité obtenue par le jet d'un dé truqué à six faces :

x_i	1	2	3	4	5	6
p_i	0,11	0,14	0,1	0,15	0,12	0,38

Déterminer la probabilité de chacun des évènements ci-dessous :

1. A : "*Le nombre obtenu est strictement inférieur à 4*".
2. B : "*Le nombre obtenu est impair*".

Exercice 6

On considère un dé truqué à 6 faces. L'expérience aléatoire consiste à lancer le dé et à considérer la valeur de la face supérieure du dé.

Pour k un entier compris entre 1 et 6, on considère l'évènement F_k définit par "*la valeur obtenue est k*"

Pour seule information sur le dé, on a :

- Le tableau incomplet de la loi de probabilité de cette expérience aléatoire :

X	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6
$\mathcal{P}(X)$	0,11	0,07		0,2	0,15	

- La probabilité d'obtenir un nombre pair vaut 0,4.

Recopier et compléter le tableau de la loi de probabilité de cette expérience aléatoire.

Les étapes de votre raisonnement doivent être présent sur la copie à évaluer.

Exercice 7

Un dé dodécaédrique comporte 12 faces identiques numérotées de 1 à 12. On suppose que ses faces ont chacune la même probabilité de sortie.
Lors d'un jet, on note la face supérieure du dé.

On considère les évènements :

- A : "*Le nombre obtenu est pair*"
- B : "*Le nombre obtenu est supérieur ou égal à 9*"
- C : "*Le nombre obtenu est strictement inférieure à 6*"

1. Déterminer les probabilités des évènements A, B et C.
2. Donner, sans,justification, les probabilités des évènements suivants :

   a. $A \cap B$ b. $\overline{A} \cap B$ c. $B \cap C$
   d. $B \cup C$ e. $B \cap \overline{C}$ f. $A \cup \overline{C}$

Exercice 8

1. On considère l'expérience aléatoire consistant à jeter deux dès à six faces et on effectue la somme de la valeur

de chaque dès.

On considère les évènements suivants :

- Evènement A : "*on obtient 8*".
- Evènement B : "*on obtient une valeur supérieure ou égale à 6*".
- Evènement C : "*Un des dès a la valeur 4 et la somme est supérieure ou égale à 7*".

a. Compléter le tableau suivant :

+	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

b. Déterminer les probabilités des évenements A, B et C.

2. On change d'expériences aléatoires. On jette toujours ces deux dés mais on s'intéresse maintenant à la valeur de chacun des dès.
Déterminer la probabilité pour les évènements suivants :

a. Evenement D : "*les deux dés ont la même valeur*".

b. Evenement E : "*on obtient 6 et 4*".

c. Evenement F : "*un des dès a la valeur 3 et l'autre a une valeur paire*".

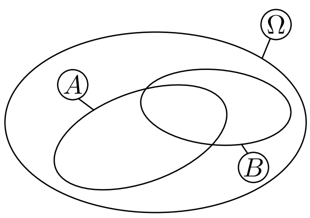
Exercice 9*

Dans un univers Ω muni de la loi de probabilité $\mathcal{P}$, on considère les deux événements A et B tels que :

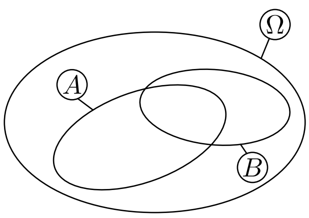
$$\mathcal{P}(A) = 0{,}37 \quad ; \quad \mathcal{P}(B) = 0{,}48 \quad ; \quad \mathcal{P}(A \cup B) = 0{,}62$$

1. Déterminer la valeur de $\mathcal{P}(A \cap B)$.

2. Représenter ci-dessous les deux ensembles indiquées sous chacune des figures :



$\overline{A} \cap B$



$\overline{A} \cup B$

3. a. Déterminer la probabilité des événements suivants :
$\overline{A} \quad ; \quad \overline{A} \cap B$

b. En déduire la probabilité de l'événement $\overline{A} \cup B$.

Exercice 10

Un établissement scolaire ne propose que deux activités périscolaires : un club de théatre et un atelier d'initiation à la programmation.
On sait qu'il y a le même nombre d'inscrit dans ces deux activités.

On choisit au hasard un élève dans l'établissement et on considère les deux évènements suivant :

- T : "*l'élève est inscrit au club théatre*"
- P : "*L'élève est inscrit à l'atelier informatique*"

On donne les probabilités :
$\mathcal{P}(T \cap P) = 0{,}13 \quad ; \quad \mathcal{P}(T \cup P) = 0{,}47$

Déterminer la probabilité de choisir un élève inscrit au club théatre? inscrit à l'atelier informatique?

Exercice 11

On compose au hasard un mot de trois lettres avec les lettres A, B, C :

1. Combien de mots peut-on construire?

2. Déterminer la probabilité de chacun des événements ci-dessous :

a. A : "*Le mot commence par la lettre C*" ;

b. B : "*Le mot commence et termine par la lettre A*" ;

c. C : "*Le mot contient exactement deux fois la lettre B*" ;

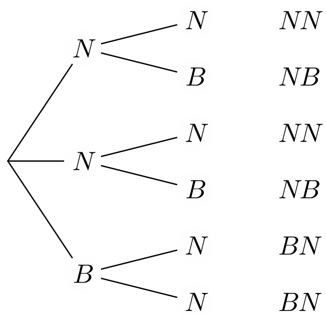
d. D : "*Le mot ne contient que des A*" ;

e. E : "*Le mot est formé exactement de deux lettres distinctes*" ;

Exercice 12

Une urne contient deux boules noires et une boule blanche ; le jeu consiste à extraire deux boules de l'urne sans remise : la première boule tirée ne sera pas remise dans l'urne.

Ci-contre un arbre de choix représentant les tirages de ce jeu.



1. En tenant compte de l'ordre de tirage des boules, quel est le nombre possible de tirages différents?

2. Déterminer la probabilité des évènements suivants :

a. A : "*La première boule tirée est blanche*".

b. B : "*La seconde boule tirée est blanche*".

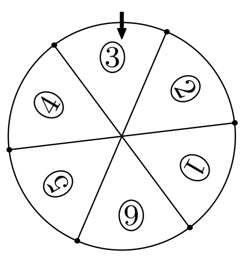
c. C : "*Les deux boules tirées sont de couleurs distinctes*".

3. Donner les probabilités des évènements suivants :

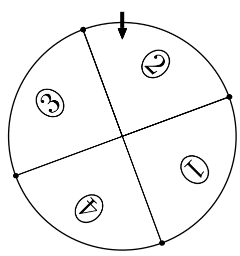
a. $A \cap B$ b. $A \cap C$ c. $\overline{C}$

Exercice 13

On dispose de deux roues permettant d'obtenir des chiffres : la première roue est numérotée de 1 à 6, la seconde roue est numérotée de 1 à 4 :



Première roue



Seconde roue

Les deux roues sont supposées parfaitement équilibrés et on suppose que pour chaque roue, l'obtention d'un chiffre représente une situation d'équiprobabilité.

1. On utilise ces deux roues pour construire un entier composé de deux chiffres : la première roue formera le chiffre des dizaines, la seconde roue sera utilisée pour le chiffre des unités.
   a. Construire l'arbre de choix correspondant à cette situation.
   b. On considère les évènements suivant :
      - A : "*le nombre est composé des deux mêmes chiffres*"
      - B : "*le chiffre des unités est strictement supérieur au chiffre des dizaines*".

      Déterminer la probabilité des évènements A et B.
2. On change les règles du jeu : on additionne les nombres obtenus sur les deux roues.

   Est ce que cette nouvelle expérience représente une situation d'équiprobabilité? Justifier votre réponse.

Exercice 14

Une urne contient quatre boules numérotées de 1 à 4. On suppose que les boules sont indiscernables au toucher, rendant chaque tirage équiprobable.

L'expérience aléatoire consiste à tirer une première boule, puis sans la remettre en tirer une seconde de l'urne. A chaque expérience, on note la somme des deux numéros marqués sur les boules.

1. Construire l'arbre de choix modélisant cette expérience.
2. Quels sont les valeurs possibles de sortie de cette expérience.
3. A l'aide d'un tableau, préciser la loi de probabilité $\mathcal{P}$ de cette expérience aléatoire.

Exercice 15

Dans une expérience aléatoire, le joueur jette un dé tétraèdrique dont les faces sont numérotés de 1 à 4. Ensuite :

- Si la face du dé est paire, le joueur tire une boule dans l'urne A ;
- Si la face du dé est impaire, le joueur tire une boule dans l'urne B.

Voici le contenu de ces deux urnes :

- L'urne A contient une boule blanche et une boule noire.
- L'urne B contient deux boules noires.

1. Construire un arbre de choix représentant les différentes sorties de cette expérience aléatoire.
2. En considérant que les sorties de cette expérience sont équiprobables et qu'on ne considère que la couleur de la boule tirée, décrire la loi de probabilité attribuée à cette expérience aléatoire.