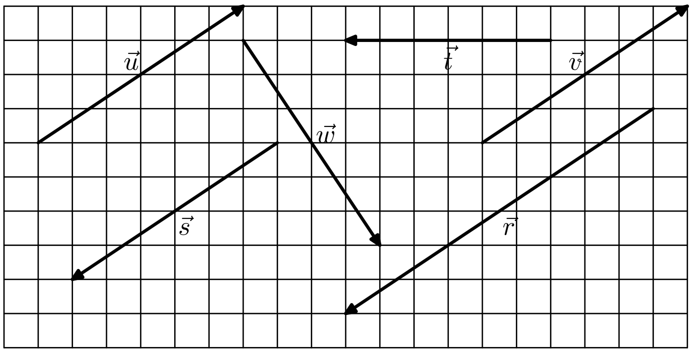
Exercices : Vecteurs

Exercice 1



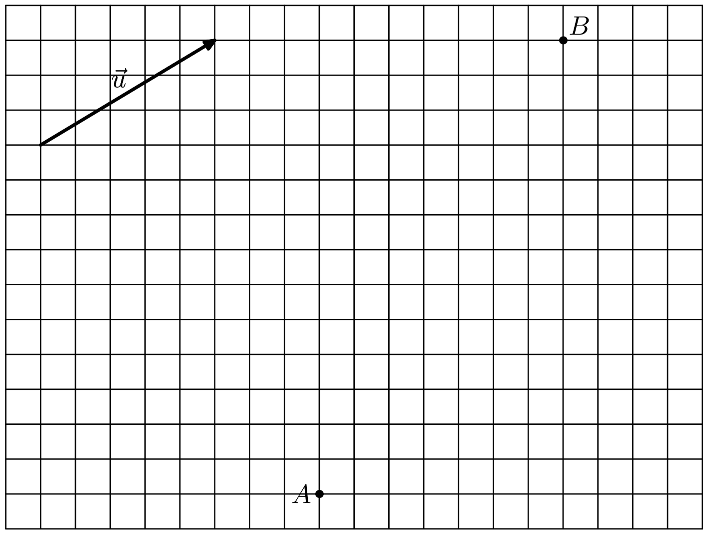
Compléter chaque case du tableau ci-dessous avec les mots "*identique*", "*différent*" ou "*opposé*" :

Par rapport à $\vec{u}$ comparaison	de la direction	du sens	de la longueur
$\vec{v}$			
$\vec{w}$			
$\vec{r}$			
$\vec{s}$			
$\vec{t}$			

Exercice 2

Dans le quadrillage ci-dessous :

1. Tracer un représentant du vecteur $\vec{u}$ ayant pour origine le point A.
2. Tracer un représentant du vecteur $\vec{u}$ ayant pour extrémité le point B.
3. Tracer un vecteur $\vec{v}$ de même longeur que $\vec{u}$ mais différent de $\vec{u}$.
4. Tracer un vecteur $\vec{w}$ de même direction, de même sens que $\vec{u}$, mais différents de $\vec{u}$.
5. Tracer un vecteur $\vec{s}$ de même direction et de même longueur que $\vec{u}$ mais différent de $\vec{u}$.



Exercice 3

Pour chacune des propositions ci-dessous, préciser si celle-ci est vraie ou fausse. *(aucune justification n'est demandée)*

a. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux. Le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

b. Les segments $[AB]$ et $[CD]$ ont pour milieu le même point I. Le quadrilatère $CBDA$ et un parallélogramme

c. Le quadrilatère $MNPQ$ est un parallélogramme. Les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{QP}$ sont égaux.

d. Le quadrilatère $WXYZ$ est un parallélogramme. Les diagonales $[WX]$ et $[YZ]$ ont même milieu.

Exercice 4

Compléter les pointillés afin de rendre chacune des phrases exactes :

a. Si $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{......}$ alors le point I est le milieu du segment $[AB]$.

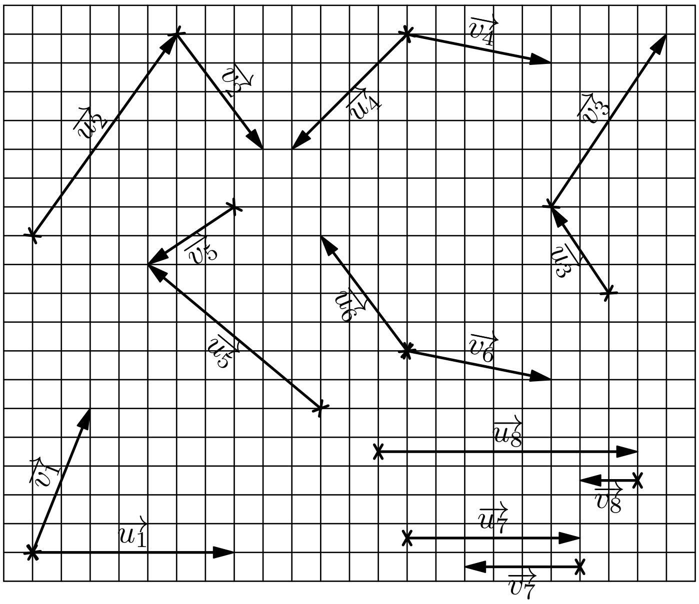
b. Si $ABCD$ est un parallélogrammme alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{......}$

c. Si K est le milieu du segment $[XY]$ alors $\overrightarrow{...K} = \overrightarrow{......}$

d. Si $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PQ}$ alors .... est un parallélogramme.

Exercice 5

Ci-dessous sont représentés huit couples de vecteurs. Pour chacun de ces couples, tracer un représentant de la somme de ses deux vecteurs :

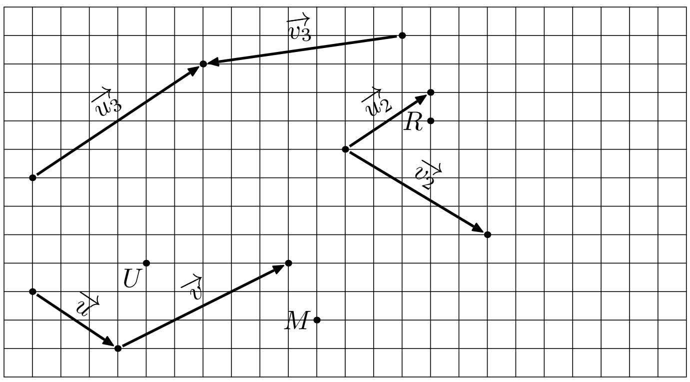


Exercice 6

Proposition-Définition :
Si, à tout point du plan, on applique une translation de vecteur $\vec{u}$, puis une translation de vecteur $\vec{v}$, on obtient une nouvelle translation dont le vecteur est noté $\vec{u}+\vec{v}$.

Cette nouvelle translation s'appelle la **composée de la translation de vecteur $\vec{u}$ par la translation de vecteur $\vec{v}$**

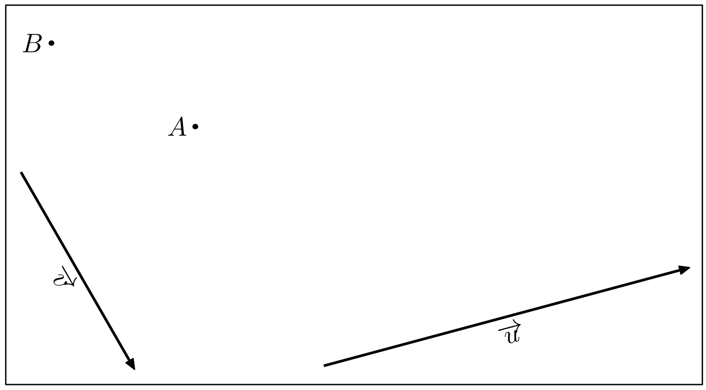
On considère les six vecteurs représentés ci-dessous :



1. a. Placer le point N image du point M par la translation de vecteur $\vec{u}$.
   b. Placer le point P image du point N par la translation de vecteur $\vec{v}$.
   c. Tracer un vecteur $\vec{w}$ représentant de la composition de la translation de vecteur $\vec{u}$ par la translation de vecteur $\vec{v}$.
2. a. Placer le point S image du point R par la translation du vecteur $\vec{u}_2$.
   b. Tracer un représentant du vecteur $\vec{u}_2+\vec{v}_2$.
3. Tracer un représentant du vecteur $\vec{u_3}+\vec{v_3}$ ayant pour origine U.

Exercice 7

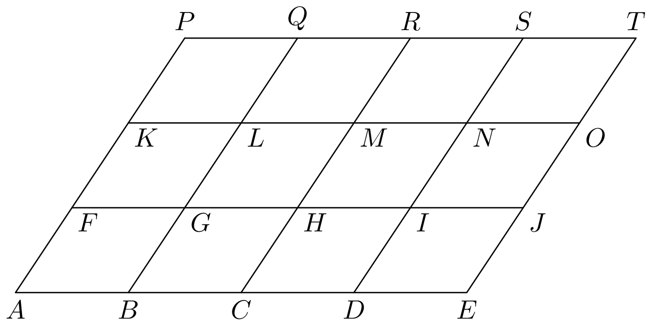
Dans le plan, on considère les points A et B et les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ représentés ci-dessous :



1. a. Construire le point A' image du point A par la translation de vecteur $\vec{u}$.
   b. Construire le point A'' image du point A' par la translation de vecteur $\vec{v}$.
   c. Construire un représentant du vecteur $\vec{u}+\vec{v}$
2. a. Construire le point B' image du point B par la translation de vecteur $\vec{v}$.
   b. Construire le point B'' image du point B' par la translation de vecteur $\vec{u}$.
   c. Construire un représentant du vecteur $\vec{v}+\vec{u}$.
3. Comparer les deux vecteurs $\vec{u}+\vec{v}$ et $\vec{v}+\vec{u}$.

Exercice 8

On considère le dessin ci-dessous :



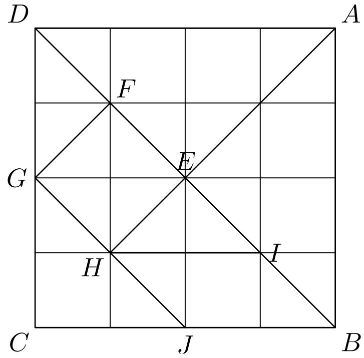
Recopier et compléter convenablement les pointillés :

a. $\overrightarrow{BI}+\overrightarrow{NC}=\overrightarrow{K\ldots}$ b. $\overrightarrow{QF}+\overrightarrow{JL}=\overrightarrow{O\ldots}$

c. $\overrightarrow{NH}+\overrightarrow{OL}=\overrightarrow{\ldots F}$ d. $\overrightarrow{PH}+\overrightarrow{GI}+\overrightarrow{JI}=\overrightarrow{L\ldots}$

Exercice 9

On considère le quadrillage ci-dessous et les 10 points indiqués.



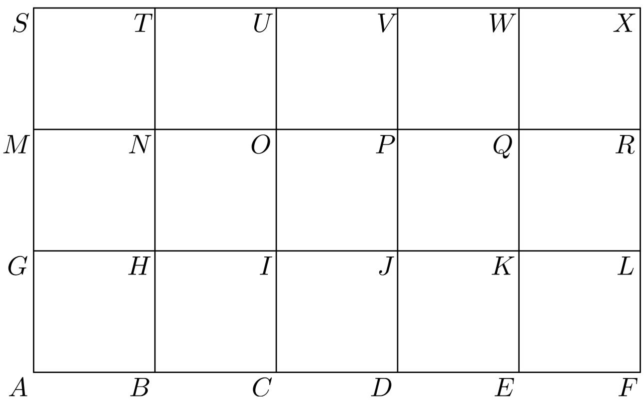
1. a. A l'aide des points de la figure, citer tous les vecteurs égaux au vecteur $\overrightarrow{FE}$.
   b. Utiiliser la question pour donner un représentant du vecteur $\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{FG}$.
2. Utiliser la relation de Chasles pour répondre aux questions suivantes :

a. $\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{FH}+\overrightarrow{JB}$ b. $\overrightarrow{IH}+\overrightarrow{FD}+\overrightarrow{JE}$

c. $\overrightarrow{DF}+\overrightarrow{IG}+\overrightarrow{HJ}$ d. $\overrightarrow{DG}+\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{DC}$

Exercice 10

La figure ci-dessous est composée de 15 carrés.



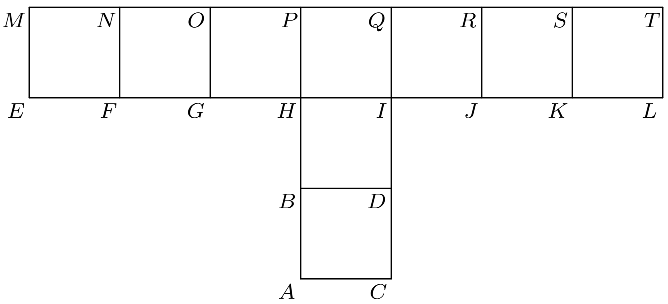
A l'aide de la relation de Chasles, recopier et compléter correctement les égalités ci-dessous :

a. $\overrightarrow{NJ}+\overrightarrow{BO}=\overrightarrow{N\ldots}$ b. $\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{CJ}+\overrightarrow{JO}=\overrightarrow{G\ldots}$

c. $\overrightarrow{PE}+\overrightarrow{DL}=\overrightarrow{\ldots Q}$ d. $\overrightarrow{PH}+\overrightarrow{HK}+\overrightarrow{KV}=\overrightarrow{\ldots V}$

Exercice 11

On considère la figure ci-dessous composée de carrés :



1. a. Justifier que : $\overrightarrow{OI}=\overrightarrow{NP}+\overrightarrow{DC}$

   b. Donner deux vecteurs $\overrightarrow{\alpha}$ et $\overrightarrow{\beta}$ tels que :
   $\overrightarrow{PD}=\overrightarrow{\alpha}+\overrightarrow{\beta}$

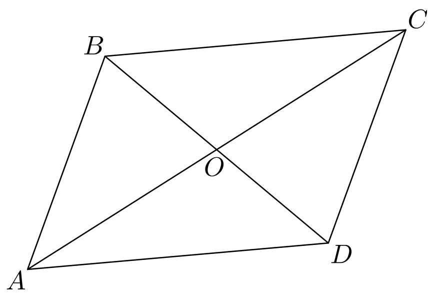
   c. Etablir l'égalité : $\overrightarrow{OI}+\overrightarrow{PD}=\overrightarrow{NC}$

2. Pour chaque question, donner un vecteur représentant de la forme :

   a. $\overrightarrow{DO}+\overrightarrow{HS}$ b. $\overrightarrow{OI}+\overrightarrow{AR}$

Exercice 12

On considère le parallélogramme $ABCD$ représenté ci-dessous et le point O intersection de ses diagonales.



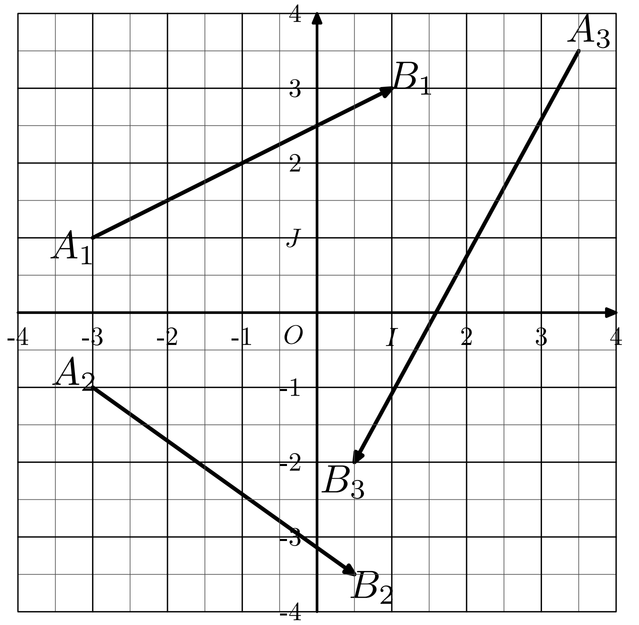
1. Citer un vecteur opposé au vecteur $\overrightarrow{BC}$.

2. Citer un vecteur opposé au vecteur $\overrightarrow{OB}$ ayant pour origine le point O.

3. Citer un vecteur opposé au vecteur $\overrightarrow{AD}$ ayant pour extrémité le point B.

Exercice 13

On considère, dans le repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé et les trois vecteurs ci-dessous représentés ci-dessous :



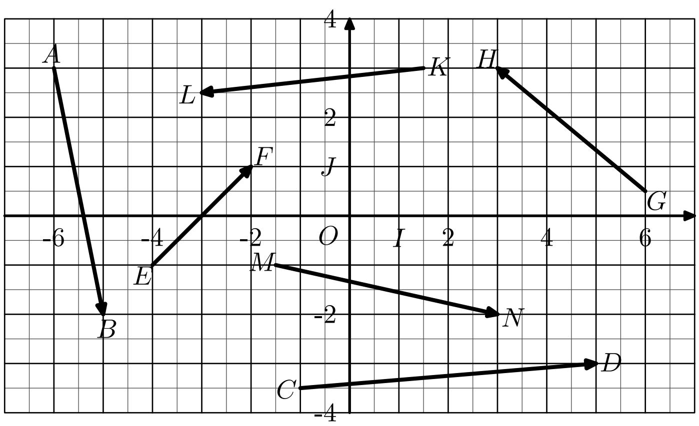
1. Compléter le tableau suivant :

i	$(x_{A_i}\,;y_{A_i})$	$(x_{B_i}\,;y_{B_i})$	$x_{B_i}-x_{A_i}$	$y_{B_i}-y_{A_i}$
1				
2				
3				

2. a. Que représentent les nombres 4 et 2 pour le premier vecteur?

   b. Expliquer pourquoi le second vecteur n'est pas représenté par les deux nombres 3,5 et 2,5.

Exercice 14



1. Graphiquement, déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{EF}$.

2. a. Donner les coordonnées des points G, H, K, L, M et N.

   b. En déduire, par le calcul, les coordonnées des vecteur

$\overrightarrow{GH}$, $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{MN}$.

Exercice 15

On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ et les points A et B de coordonnées : $A(-4\,;-2)$; $B(3\,;-4)$

1. Montrer que le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\overrightarrow{AB}(7\,;-2)$.
2. On considère les deux points C et D de coordonnées : $C(1\,;1)$; $D(8\,;-1)$
   a. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{CD}$.
   b. Nommer le parallélogramme formé par les quatre points A, B, C et D.
3. Sans justification, donner les coordonnées du point E tel que le quadrilatère $ABCE$ soit un parallélogramme.

Exercice 16

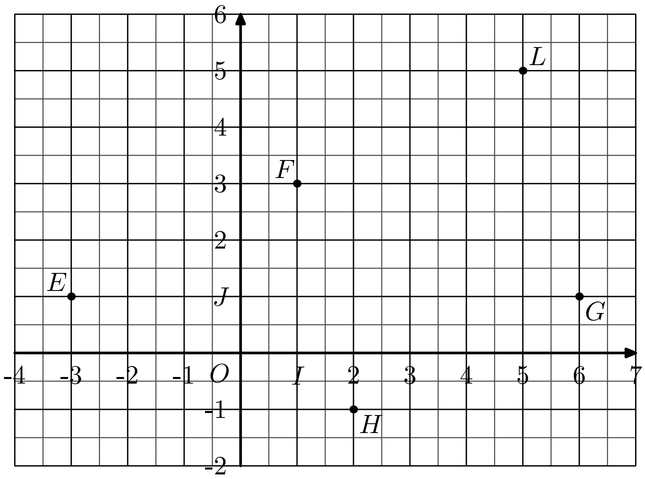
Dans un repère orthonormé $(O\,;\,I\,;\,J)$, on considère les quatre points suivants caractérisés par leurs coordonnées :

$A(2\,;2)$; $B(-0{,}5\,;-1)$; $C(-2\,;0{,}5)$; $D(0{,}5\,;3{,}5)$

Justifier que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

Exercice 17

On munit le plan d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé et on considère les cinq points représentés ci-dessous :



1. Graphiquement, déterminer les coordonnées des points E, F, G, H, L.
2. a. Déterminer, par le calcul, les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{FL}$ et $\overrightarrow{HG}$.
   b. En déduire la nature de $FLGH$.
3. a. Déterminer, par le calcul, les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{EF}$.
   b. Justifier que le quadrilatère $EFGH$ est un parallélogramme.
4. Préciser la position de F sur le segment $[EL]$. Justifier.
5. Recopier et compléter l'égalité : $\overrightarrow{FL}+\overrightarrow{EH}=\overrightarrow{\ldots}$

Exercice 18

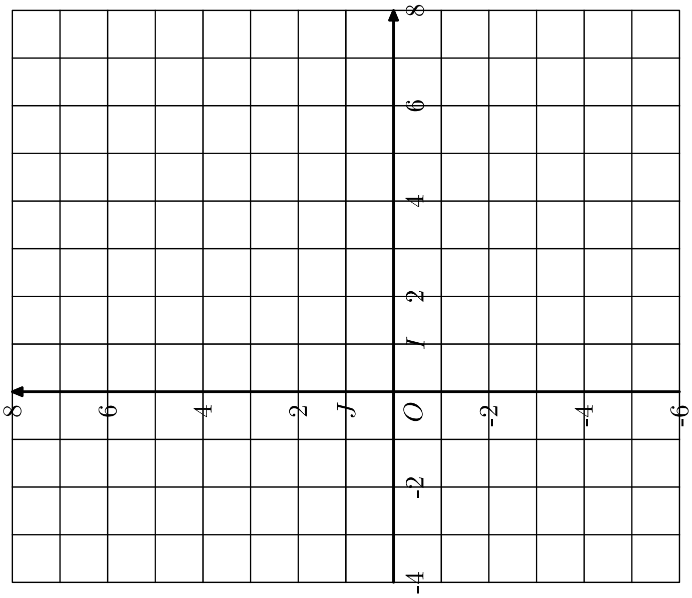
Dans un repère orthonormé $(O\,;\,I\,;\,J)$, on considère les quatre points suivants caractérisés par leurs coordonnées :

$A\left(\frac{5}{3}\,;\frac{7}{4}\right)$; $B\left(\frac{11}{3}\,;-\frac{5}{4}\right)$; $C\left(\frac{16}{7}\,;\frac{12}{5}\right)$; $D\left(\frac{2}{7}\,;\frac{27}{5}\right)$

Justifier que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

Exercice 19

On munit le plan d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé :



On considère les trois points A, B, C de coordonnées respectives $(2\,;-2)$, $(-3\,;4)$, $(2\,;1)$.

Considérons le point D tel que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme ; notons $(x_D\,;y_D)$ les coordonnées du point D :

1. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
2. Justifier que les coordonnées du point D vérifient les deux égalités suivantes :
   $$2-x_D=-5 \quad ; \quad 1-y_D=6$$
3. En déduire les coordonnées du point D.

Exercice 20

On munit le plan d'un repère $(O\,;\,I\,;\,J)$:

1. Soit $A(3\,;1)$, $B(5\,;-2)$, $C(-1\,;0)$ trois points du plan.
   a. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
   b. Soit D un point du plan réalisant l'égalité : $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}$
   Déterminer les coordonnées du point D.
2. Soit $E(12{,}1\,;34)$, $F(25{,}4\,;10{,}5)$ et $G(30\,;-2)$.
   Déterminer les coordonnées du point H afin que le quadrilatère $EFGH$ soit un parallélogramme.

Exercice 21

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère les trois points suivants :

$A\left(-\frac{1}{3}\,;\frac{3}{5}\right)$; $B\left(\frac{7}{2}\,;-\frac{2}{5}\right)$; $C\left(-\frac{5}{3}\,;2\right)$

Déterminer les coordonnées du point D tels que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.