# Ensembles de nombres et distances

L'ensemble des **entiers naturels** est noté $\mathbb{N}$

$$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; ...\}$$

L'ensemble des **entiers relatifs** est noté $\mathbb{Z}$

$$\mathbb{Z} = \{...; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; ...\}$$

Ainsi, $\mathbb{N}$ est inclu dans $\mathbb{Z}$ (noté $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$)

## I Nombres décimaux

**Définition 1**
*Un nombre décimal est un nombre qui peut s'écrire de la forme* $\frac{a}{10^n}$*, avec a entier et n entier naturel.*

*Un nombre décimal peut s'écrire avec un nombre fini de chiffres après la virgule.*

*L'ensemble des **nombres décimaux** est noté* $\mathbb{D}$

**Exemple 1**
- 0,56 ...... $\mathbb{D}$ car
- 3 ...... $\mathbb{D}$ car
- $\frac{1}{3}$ ...... $\mathbb{D}$ car

## II Nombres rationnels

**Définition 2**
*Un nombre rationnel est un nombre qui peut s'écrire sous la forme d'une fraction* $\frac{a}{b}$ *avec a et b deux entiers relatifs et* $b \neq 0$

*L'ensemble **nombres rationnels** est noté* $\mathbb{Q}$

**Propriété 1**
Tout nombre rationnel non nul admet une seul écriture fractionnaire irréductible $\frac{p}{q}$ avec p entier relatif et q entier naturel $\neq 0$

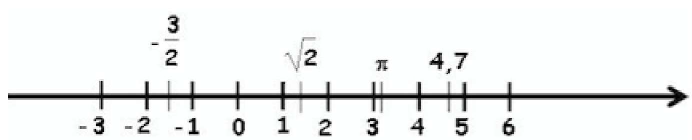
**Exemple 2**
- 4 ...... $\mathbb{Q}$ car
- $\frac{1}{3}$ ...... $\mathbb{Q}$ car
- -4,8 ...... $\mathbb{Q}$ car
- $\frac{14}{-21}$ ...... $\mathbb{Q}$ car
- $\sqrt{2}$ ...... $\mathbb{Q}$ car

# III Nombres réels

## 1) Définition

**Définition 3**
*Un nombre est réel si il est l'abscisse d'un point d'une droite graduée appelée la droite numérique.*

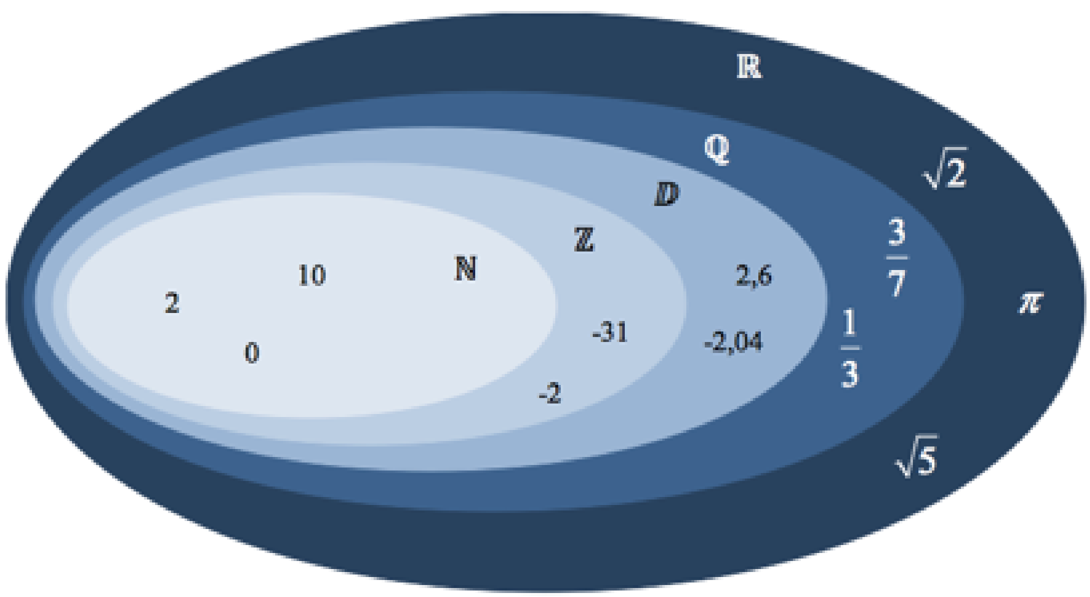
*L'ensemble des* ***nombres réels*** *est noté* $\mathbb{R}$




**Exemple 3**
2 ; 0 ; -5 ; 0,67 ; $\frac{1}{3}$ ; $\sqrt{3}$ ou $\Pi$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

**Remarque**
Les nombres réels permettent d'attribuer une mesure à toute grandeur. $\sqrt{2}$ est la longueur de la diagonale d'un carré de côté 1. $\Pi$ est la longueur d'un cercle de diamètre 1.

Les nombres rationnels sont des nombres réels. Ainsi : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$




**Définition 4**
*Un nombre réel qui n'est pas rationnel est dit* ***irrationnel****.*

**Exemple 4**
$\sqrt{2}$ , $\sqrt{3}$ ou encore $\Pi$ sont des . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . Ils ne peuvent pas s'écrire sous la forme . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . avec . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

### 2) Encadrement par des nombres décimaux

**Définition 5**
*Un **encadrement décimal** d'un nombre réel x s'écrit sous la forme $d_1 \leq x \leq d_2$ , avec $d_1$ et $d_2$ deux nombres décimaux. La différence $\boldsymbol{d_2 - d_1}$ **est l'amplitude de l'encadrement***

**Exemple 5**
Un encadrement décimal à $10^{-}3$ de $\sqrt{2}$ est :

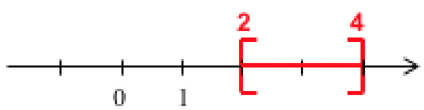
Un encadrement décimal à $10^{-}2$ de $\sqrt{3}$ est :

L'arrondi au centième de II est :

## IV Intervalles et distance entre deux nombres réels

### 1) Intervalles

L'ensemble de tous les nombres réels x tel que $2 \leq x \leq 4$ peut se représenter sur une droite graduée.




Cet ensemble est appelé un intervalle et se note $[2; 4]$

Par exemple : 3,345 . . . . . . $[2; 4]$ 8 . . . . . . $[2; 4]$

| Notation | Représentation sur la droite réelle | Ensemble des réels x tels que |
|---|---|---|
| [a ; b] |  | a ≤ x ≤ b |
| [a ; b[ |  | a ≤ x < b |
| ]a ; b] |  | a < x ≤ b |
| ]a ; b[ |  | a < x < b |
| ]-∞ ; b] |  | x ≤ b |
| ]-∞ ; b[ |  | x < b |
| [a ; +∞ [ |  | a ≤ x |
| ]a ; +∞ [ |  | a < x |

## 2) Distance entre deux nombres réels

**Définition 6**
*La **distance** entre deux nombres réels est la différence entre le plus grand et le plus petit nombre. Ainsi, la distance entre les réels $x$ et $a$ est :*

$$\begin{cases} x - a & \textit{si } x \geq a \\ a - x & \textit{si } x \leq a \end{cases}$$

**Notation 1**
Au lieu d'utiliser cette notation sur deux lignes, on utilise la notation condensée $| x - a |$ qui se lit **valeur absolue de $\boldsymbol{a}$** pour désigner la distance entre $x$ et $a$.

**Cas particulier :** Lorsque $a = 0$, la distance entre $x$ et 0 est ............ c'est à dire ............

**Propriété 2**

$$| x | = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

**Propriété 3**
$a$ et $r$ désignent deux nombres réel et $r > 0$.

$\boldsymbol{| x - a | \leq r}$ équivaut à $\boldsymbol{x \in [a - r ; a + r]}$

**Démonstration**
$| x - a | \leq r$ équivaut à : ........................ si ............ ou ........................ si ............

Donc : ..........................................................................................

..........................................................................................

..........................................................................................

..........................................................................................

..........................................................................................

Ainsi, $| x - a | \leq r$ équivaut à : .............................. , c'est à dire ..............................