Dérivation et variations

I Sens de variation et signe de la dérivée

Théorème 1
Soit f une fonction définie sur I.
1) $\boldsymbol{f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow f}$ **est croissante** sur I
2) $\boldsymbol{f'(x) \leq 0 \Leftrightarrow f}$ **est décroissante** sur I

Exemple 1
Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 6x^2 - 3x + 7$
1) Calculer la fonction dérivée de f

.....

2) Déterminer le signe de f' en fonction de x

.....

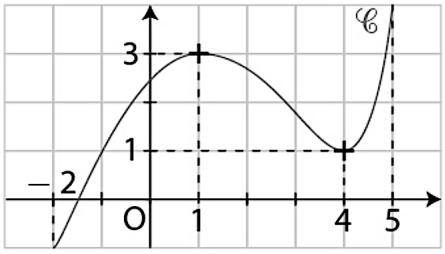
3) Dresser le tableau de variations de f

Exercice 1
Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$
1) Dresser le tableau de variations de f
2) Vérifier l'allure de la courbe à l'aide de la calculatrice

II Extremum local d'une fonction

Vocabulaire
On parle **d'extremum local** pour désigner un minimum ou maximum local

Exemple 2
Ici .....est le maximum de f sur $[0;4]$
.....est le minimum de f sur $[1;5]$



Théorème 2
Soit f une fonction définie et dérivable sur un intervalle ouvert I
Si la dérivée $\boldsymbol{f'}$ **s'annule ET change de signe en un réel** $\boldsymbol{c}$ alors $\boldsymbol{f}$ **admet un extremum local en** $\boldsymbol{x = c}$

Exemple 3
La fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4x^2 - 5x + 2$ admet elle un/des extremum(s) sur $\mathbb{R}$?

III Positions relatives de 2 courbes

Propriété 1
Soient f et g deux fonctions définies et dérivables sur un intervalle I
Si pour tout $x \in I$, $\boldsymbol{f(x) - g(x) > 0}$ alors la courbe $\boldsymbol{C_f}$ se situe **au-dessus** de la courbe $\boldsymbol{C_g}$ sur I
Si pour tout $x \in I$ $\boldsymbol{f(x) - g(x) < 0}$ alors la courbe $\boldsymbol{C_f}$ se situe **en dessous** de la courbe $\boldsymbol{C_g}$ sur I

Démonstration
.....
.....

Exemple 4
Soient f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{2}{3}x^3 + 7$ et $g(x) = x^2 + 40x$
Etudier la position relative des courbes représentatives C_f et C_g