Exercices : Dérivation

Exercice 1

Déterminer l'expression des fonctions dérivées de chacune des fonctions ci-dessous :

1. $f(x)=x^5+3{\cdot}x^2-x+10$
2. $f(x)=2{\cdot}x^7-x^2-2{\cdot}x+1$

Exercice 2

Déterminer l'expression des fonctions dérivées des fonctions polynomiales suivantes :

1. $f\colon x\longmapsto -3{\cdot}x+2$
2. $g\colon x\longmapsto 4{\cdot}x^2-4$
3. $h\colon x\longmapsto 2{\cdot}x^2+3{\cdot}x$
4. $j\colon x\longmapsto 5{\cdot}x^3-2{\cdot}x^2$
5. $k\colon x\longmapsto -2{\cdot}x^2+2{\cdot}x$
6. $\ell\colon x\longmapsto (3{\cdot}x+11)(4-x)$

Exercice 3

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :

$$f(x)=\frac{1}{2}{\cdot}x^3-\frac{3}{2}{\cdot}x^2+x+1$$

Dans un repère $\big(O\,;\,I\,;\,J\big)$, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f.

1. a. Déterminer l'expression de la fonction dérivée f' de la fonction f.
   b. Donner la valeur de $f'(2)$.
2. a. Donner les coordonnées du point A de $\mathscr{C}_f$ ayant pour abscisse 2.
   b. Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 2.
3. Vérifier à l'aide de la calculatrice que la droite obtenue est bien la tangente (T).

Exercice 4

On considère la fonction définie par la relation :

$$f(x)=x^2-6{\cdot}x+5$$

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f.

On note (d) et (Δ) les deux tangentes à la courbe $\mathscr{C}_f$ respectivement aux points d'abscisses 2 et 5.

1. Déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f.
2. Déterminer l'équation de la tangente (d).
3. Déterminer l'équation de la tangente (Δ).
4. Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites (d) et (Δ).

Exercice 5

1. Pour chacune des fonctions u *(resp. v)*, donner l'expression de sa fonction dérivée u' *(resp v')* :

$u(x)$	$v(x)$	$u'(x)$	$v'(x)$
$3{\cdot}x^2-2$	$8-x$		
$\dfrac{1}{x}$	x^2-1		
$5{\cdot}x+\dfrac{2}{x}$	$3-2{\cdot}x^3$		
x	$\sqrt{x}$		

2. Pour chacune des fonctions ci-dessous, déterminer l'expression de sa fonction dérivée :

   a. $f\,:\,x\longmapsto \big(3{\cdot}x^2-2\big)\big(8-x\big)$
   b. $g\,:\,x\longmapsto \dfrac{1}{x}{\cdot}\big(x^2-1\big)$
   c. $h\,:\,x\longmapsto \Big(5{\cdot}x+\dfrac{2}{x}\Big)\big(3-2{\cdot}x^3\big)$
   d. $j\,:\,x\longmapsto x{\cdot}\sqrt{x}$

Exercice 6

Déterminer l'expression des dérivées des fonctions suivantes :

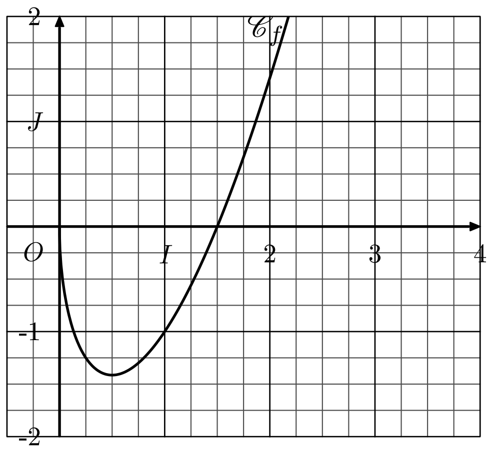
1. $f\colon x\longmapsto \big(3-x\big){\cdot}\dfrac{1}{x}$
2. $g\colon x\longmapsto \big(x^2-3\big){\cdot}\sqrt{x}$

On donnera l'expression des fonctions dérivées sous la forme d'un **quotient simplifié.**

Exercice 7

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ par la relation :
$f(x)=(2{\cdot}x-3){\cdot}\sqrt{x}$

La courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f est donnée dans le repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ orthonormé :



1. Etablir que la fonction f', dérivée de la fonction f, admet pour expression :
   $f'(x)=\dfrac{6x-3}{2\sqrt{x}}$
2. a. Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.
   b. Tracer dans le repère ci-dessus la tangente (T).

Exercice 8

1. Pour chaque ligne, donner l'expression de la fonction u' *(resp. v')* dérivée de la fonction u *(resp. u')* :

$u(x)$	$v(x)$	$u'(x)$	$v'(x)$
$3-2x$	$x+1$		
x^2+4x-1	$2x-1$		
4	$x^2-2{\cdot}x+3$		

2. Pour chacune des lignes ci-dessous, établir l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f :

$f(x)$	$f'(x)$
$\dfrac{3-2{\cdot}x}{x+1}$	$-\dfrac{5}{(x+1)^2}$
$\dfrac{x^2+4{\cdot}x-1}{2{\cdot}x-1}$	$\dfrac{2{\cdot}x^2-2{\cdot}x-2}{(2{\cdot}x-1)^2}$
$\dfrac{4}{x^2-2x+3}$	$\dfrac{-8x+8}{(x^2-2x+3)^2}$

Exercice 9

On considère la fonction h dont l'image de x est défini par la relation :

$$h(x)=\frac{x^2-2{\cdot}x+1}{x^2-5{\cdot}x+6}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction h.

2. Montrer que le nombre de dérivée de h en x s'exprime par :

$$h'(x)=\frac{-3{\cdot}x^2+10{\cdot}x-7}{(x^2-5{\cdot}x+6)^2}$$

Exercice 10

Le tableau ci-dessous vous présente, pour chaque ligne, l'expression de l'image de x par une fonction et l'expression du nombre dérivé en x de cette fonction. Vérifier l'exactitude de l'expression du nombre dérivé en x :

Fonction	Image de x	Nombre dérivé en x
f	$\dfrac{\sqrt{x}}{x+1}$	$\dfrac{-x+1}{2\sqrt{x}{\cdot}(x+1)^2}$
g	$(x^2-3){\cdot}\sqrt{x}$	$\dfrac{5{\cdot}x^2-3}{2{\cdot}\sqrt{x}}$

Exercice 11

On considère les deux fonctions f et g définies par les relations :

$$f(x)=\left(x^2-3{\cdot}x\right){\cdot}\sqrt{x}\quad ;\quad g(x)=\frac{x+1}{\sqrt{x}}$$

Déterminer les expressions des fonctions dérivées f' et g' sous la forme de quotients simplifiés.