Exercices : Suites arithmétiques et géométriques

Exercice 1

1. Déterminer les cinq premiers termes de la suite (u_n) arithmétique de premier terme 2 et de raison 3.
2. Déterminer les cinq premiers termes de la suite (v_n) arithmétique de premier terme 3 et de raison $-\dfrac{3}{2}$.

Exercice 2

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r. Compléter les expressions suivantes :

a. $u_{12} = u_5 + \ldots \times r$ b. $u_{57} = u_{38} + \ldots \times r$

c. $u_3 = u_8 + \ldots \times r$ d. $u_{23} = u_{38} + \ldots \times r$

Exercice 3

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ arithmétique dont on connait la valeur de deux termes : $u_{14}=2$; $u_{20}=0$

1. Déterminer le premier terme et la raison de cette suite.
2. a. Déterminer l'expression du terme u_n en fonction de la valeur de n.
   b. Déterminer le rang du terme valant $\dfrac{10}{3}$

Exercice 4

Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique de raison r.

1. Pour passer du terme v_7 au terme v_{15}, combien de fois ajoute-t-on la raison?
2. On donne les valeurs suivantes de termes :
   $v_7 = 13$; $v_{15} = 39$
   Déterminer la valeur du premier terme et de la raison de la suite.

Exercice 5

On considère les deux suites de nombres ci-dessous dont on donne les sept premiers termes :

a. 3 ; 5 ; 7 ; 10 ; 12 ; 14 ; 16

b. 6 ; 3,5 ; 1 ; -1,5 ; -4 ; -6,5 ; -9

Pour chacune des questions, peut-on conjecturer que la suite est une suite arithmétique?
Si oui, donner le premier terme et la raison. Si non, justifier votre rejet de cette affirmation.

Exercice 6

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par la relation :
$u_0=1$; $u_{n+1}=3\cdot u_n-6\cdot n+1$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

1. Déterminer les valeurs des quatres premiers termes.
2. Quelle conjecture peut-on émettre sur la nature de la suite et de ses élèments caractéristiques.

Exercice 7

1. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n) géométrique de premier terme 2 et de raison 3.
2. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (v_n) géométrique de premier terme 3 et de raison $-\dfrac{3}{2}$.

Exercice 8

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite géométrique de premier terme $u_0=\dfrac{3}{8}$ et de raison 2. Déterminer les six premiers termes de cette suite.

Exercice 9

Soit (v_n) une suite géométrique de raison q. Compléter les expressions suivantes :

a. $u_7 = u_3 \times q^{\cdots}$ b. $u_{25} = u_{11} \times q^{\cdots}$

c. $u_3 = u_8 \times q^{\cdots}$ d. $u_{15} = u_{23} \times q^{\cdots}$

Exercice 10

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ géométrique de premier terme $\dfrac{2^4}{3}$ et de raison $\dfrac{3}{2}$.

1. Déterminer la valeur des termes u_{11} et u_{28}.
2. Pour chaque question, déterminer le rang n réalisant l'égalité :
   a. $u_n = \dfrac{3^8}{2^5}$ b. $u_n = \dfrac{3^{19}}{2^{16}}$

Exercice 11

Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite géométrique de raison q.

1. Pour passer du terme v_{11} au terme v_{14}, par combien de fois multiplie-t-on par la raison?
2. A partir des valeurs des deux termes suivants :
   $v_{11} = \dfrac{4}{7}$; $v_{14} = \dfrac{27}{14}$
   Déterminer la valeur du premier terme et de la raison de la suite (v_n).

Exercice 12

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ géométrique dont :
$u_5 = 2$; $u_8 = \dfrac{27}{4}$

1. Déterminer le premier terme et la raison de cette suite.
2. a. Donner l'expression explicite du terme u_n en fonction du rang n.
   b. Déterminer le rang du terme valant $\dfrac{16}{27}$

Exercice 13

On considère les deux suites de nombres ci-dessous où sont donnés les six premiers termes :

a. 8 ; 4 ; 2 ; 1 ; $\dfrac{1}{2}$; $\dfrac{1}{4}$

b. 1 ; 3 ; 9 ; 18 ; 54 ; 162

Pour chacune des questions, peut-on conjecturer que la suite est une suite géométrique?
Si oui, préciser le premier terme et la raison. Sinon, justifier

votre rejet de la conjecture.

Exercice 14

1. On considère la suite (u_n) définie par :
$$u_0 = 1 \quad ; \quad u_{n+1} = 2{\cdot}u_n + 3^n \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}.$$
   a. Déterminer les cinq premiers termes de (u_n).
   b. Quelle conjecture peut-on faire sur la nature de (u_n)
2. Montrer que la suite géométrique (v_n) de premier terme 1 et de raison 3 vérifie la relation :
$$v_{n+1} = 2{\cdot}v_n + 3^n.$$

Exercice 15

1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique dont on connait les deux termes : $u_4 = 12 \quad ; \quad u_{22} = -24$

   Donner, en justifiant votre démarche, les éléments caractéristiques de cette suite.
2. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite géométrique dont on connait les deux termes : $v_4 = 8 \quad ; \quad v_7 = \dfrac{64}{27}$

   Donner, en justifiant votre démarche, les éléments caractéristiques de cette suite.

Exercice 16

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite numérique. Pour chacune des questions, donner le nombre de termes composant la somme :

a. $u_0 + u_1 + \cdots + u_{32}$

b. $u_5 + u_6 + \cdots + u_{15}$

c. $u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

d. $u_5 + u_6 + \cdots + u_n$

e. $u_k + u_{k+1} + \cdots + u_{100}$

f. $u_k + u_{k+1} + \cdots + u_n$

g. $u_0 + u_2 + \cdots + u_{88}$

h. $u_{3k} + u_{3k+3} + \cdots + u_{99}$

i. $\displaystyle\sum_{k=0}^{64} u_k$

j. $\displaystyle\sum_{k=5}^{16} u_{2k}$

Exercice 17

> On considère la suite (u_n) arithmétique de premier terme u_0 et de raison r. On note S la somme des $n{+}1$ premiers termes de la suite (u_n). On a :
> $$S = u_0 + u_1 + \cdots + u_n = \frac{(n+1)(u_0 + u_n)}{2}$$

1. On considère la suite (u_n) arithmétique de premier terme 2 et de raison 2. Déterminer la somme S des 100 premiers termes de la suite (u_n).
2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier n naturel par :
$$v_n = 4 + 3{\cdot}n$$
   Déterminer la somme S' des 20 premiers termes de la suite (v_n).

Exercice 18

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite arithmétique de premier terme 2 et de raison r

On s'intéresse à la somme S des 13 premiers termes de (u_n) :
$$S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{11} + u_{12}$$

Déterminer la valeur de r afin que : $S = 65$

Exercice 19

On considère la somme S définie par :
$$S = 1 + 3 + 5 + \cdots + 101$$

On admet que les termes de la somme S sont les premiers termes successifs d'une suite arithmétique (u_n) définies sur $\mathbb{N}$.

1. a. Donner les éléments caractéristiques de la suite (u_n).
   b. Déterminer le rang de la suite ayant 101 pour valeur.
2. En déduire la valeur de la somme S.

Exercice 20

1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite arithmétique de premier terme 2 et de raison $\dfrac{1}{4}$. Déterminer la somme S définie par :
$$S = u_{11} + u_{12} + \cdots + u_{25}$$
2. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite arithmétique de premier terme 12 et de raison $-\sqrt{3}$. Déterminer la somme S' définie par :
$$S' = v_5 + v_6 + \cdots + v_{13}$$

Exercice 21

On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ géométrique de premier terme 12 et de raison $\dfrac{1}{4}$.

1. Donner l'expression du terme v_n en fonction de son rang n.
2. Quel est le rang du terme de la suite (v_n) ayant pour valeur $\dfrac{3}{64}$
3. Déterminer une expression simplifiée de la somme S définie par :
$$S = v_0 + v_1 + \cdots + v_{30}$$

Exercice 22

On considère la somme S définie par :
$$S = 27 + 9 + 3 + \cdots + \frac{1}{81}$$

On admet que les termes de cette somme sont les termes consécutifs d'une suite (u_n) géométrique.

1. Donner les éléments caractéristiques de la suite (u_n).
2. Déterminer le rang du terme de la suite (u_n) dont la valeur est $\dfrac{1}{81}$, puis donner le nombre de terme de la somme S.
3. Déterminer la valeur de S.

Exercice 23

1. On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme 4 et de raison 3. Déterminer la valeur de la somme :
$$S = u_0 + u_1 + \cdots + u_9$$
2. On considère la suite (v_n) dont le terme de rang n, un entier naturel $(n\in\mathbb{N})$, est définie par : $v_n = \dfrac{3}{4^n}$

   Déterminer la valeur de la somme S' :
$$S' = v_5 + v_6 + \cdots + v_{12}$$