DS 5 : Nombre dérivé

E.1 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = x^2 + 3{\cdot}x + 1$

Déterminer le nombre dérivé de la fonction f en -1.

E.2 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-2\}$ par :
$$f(x) = \frac{2{\cdot}x+1}{x+2}$$

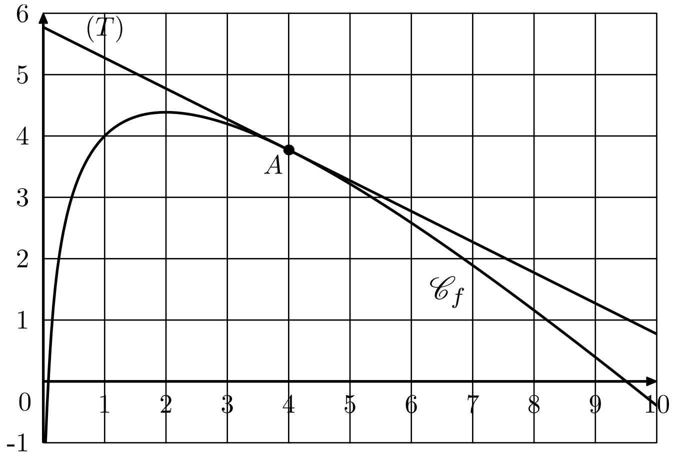
Déterminer le nombre dérivé de la fonction f pour $x=1$.

E.3 On considère la fonction g définie par la relation :
$g\colon x \longmapsto \sqrt{3{\cdot}x+1}$

1) Montrer que : $g'(1) = \dfrac{3}{4}$

2) Déterminer l'équation réduite de la tangente à au point d'abscisse 1

E.4 On considère une fonction f définie pour tout réel x strictement positif et dont la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f, ainsi que T, la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse 4 sont représentées ci-desous :



Parmi les quatre propositions ci-dessous, laquelle est exacte?

Sur l'intervalle $]0\,;10]$, le nombre dérivée de la fonction f prend la valeur 0 :

(a) Aucune fois (b) Une fois

(c) Deux fois (d) Plus de deux fois

E.5 On considère la fonction f dont l'image d'un nombre x est définie par la relation :
$f(x) = 2{\cdot}x^3 - 3{\cdot}x^2 - x + 1$

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f. On note (T) la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

1. (a) Pour tout nombre réel h non-nul, établir l'identité :
$$\frac{f(1+h)-f(1)}{h} = 2{\cdot}h^2 + 3{\cdot}h - 1$$
   (b) Quel est le coefficient directeur de la tangente (T)? Justifier votre démarche.
2. Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$.
3. (a) Déterminer la valeur des réels a, b et c réalisant l'identité :
$$f(x) + x = (x-1)\cdot(a{\cdot}x^2 + b{\cdot}x + c)$$
   (b) En déduire les coordonnées des points d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_f$ avec la tangente (T).

BONUS

E.6 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ par :
$f(x) = x{\cdot}\sqrt{x}$

Déterminer le nombre dérivé de la fonction f en 4.