# Exercices : Dérivation en un point

## Exercice 1

On considère trois fonctions $f$, $g$ et $h$ trois fonctions définies sur $\mathbb{R}_+^*$ par les relations :

$f(x)=\dfrac{x+2}{x^2+3}$ ; $g(x)=\dfrac{2\cdot x-1}{\sqrt{x}}$ ; $h(x)=\dfrac{2\cdot x^2+x}{5\cdot x}$

**1.** Vérifier l'exactitude des égalités suivantes :

$f(0{,}01)=\dfrac{2{,}01}{3{,}00101}$ ; $g(0{,}0001)=\dfrac{-0{,}9998}{0{,}01}$ ; $h(0{,}01)=\dfrac{0{,}0102}{0{,}05}$

**2.** On donne, ci-dessous, les tableaux de valeurs des fonctions $f$, $g$ et $h$ :

| $x$ | 1 | 0,1 | 0,01 | 0,001 | 0,0001 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $\dfrac{3}{4}$ | $\dfrac{2{,}1}{3{,}01}$ | $\dfrac{2{,}01}{3{,}000\,1}$ | $\dfrac{2{,}00\,1}{3{,}000\,001}$ | $\dfrac{2{,}000\,1}{3{,}000\,000\,01}$ |

| $x$ | 1 | 0,01 | 0,000 1 | 0,000 001 |
|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 1 | $\dfrac{-0{,}98}{0{,}1}$ | $\dfrac{-0{,}999\,8}{0{,}01}$ | $\dfrac{-0{,}999\,998}{0{,}00\,1}$ |

| $x$ | 1 | 0,1 | 0,01 | 0,001 | 0,000 1 |
|---|---|---|---|---|---|
| $h(x)$ | $\dfrac{3}{5}$ | $\dfrac{0{,}12}{0{,}5}$ | $\dfrac{0{,}010\,2}{0{,}05}$ | $\dfrac{0{,}001\,002}{0{,}005}$ | $\dfrac{0{,}000\,100\,02}{0{,}000\,5}$ |

Compléter le tableau ci-dessous à l'aide des valeurs arrondies au dix-millième près :

| $x$ | $f(x)$ | $g(x)$ | $h(x)$ |
|---|---|---|---|
| 1 | | | |
| 0,1 | | | |
| 0,01 | | | |
| 0,001 | | | |
| 0,0001 | | | |
| 0,00001 | | | |
| 0,000001 | | | |

**3.** Conjecturer la valeur des trois limites suivantes :

$\lim\limits_{x\mapsto 0} f(x)$ ; $\lim\limits_{x\mapsto 0} g(x)$ ; $\lim\limits_{x\mapsto 0} h(x)$

## Exercice 2

Soit $f$ la fonction définie par la relation :

$f(x)=x^2-3\cdot x+2$

Déterminer, pour $h\in\mathbb{R}$, un expression simplifiée de $f(1+h)$.

## Exercice 3

**1.** On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x)=x^2+x+1$

Etablir les égalités suivantes :

a. $f(1+\pi)=\pi^2+3\cdot\pi+3$

b. $f(2+h)=h^2+5\cdot h+7$ où $h\in\mathbb{R}$

**2.** On considère la fonction $g$ définie sur $\mathbb{R}$ par :

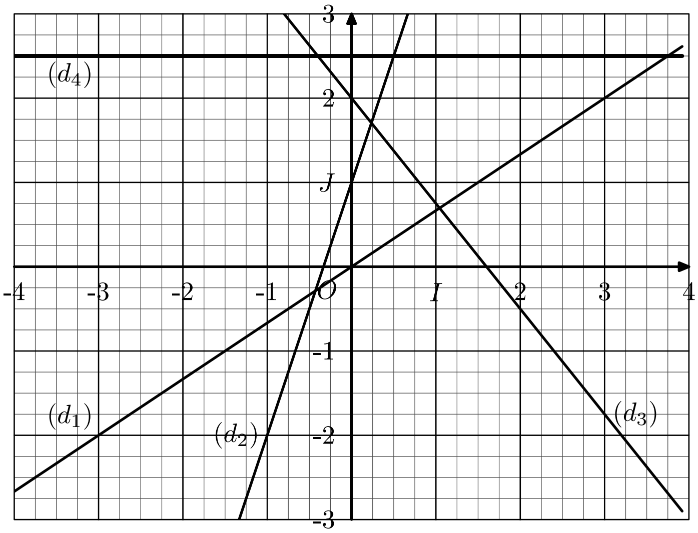
$g(x)=\dfrac{x+1}{x^2+1}$

Pour $h\in\mathbb{R}$, établir l'égalité suivante :

$g(1+h)-g(1)=\dfrac{-h\cdot\big(h+1\big)}{h^2+2\cdot h+2}$

## Exercice 4

Déterminer les coefficients directeurs des quatre droites représentées ci-dessous :




## Exercice 5

On considère la fonction $f$ définie par :

$f\colon x\longmapsto 3\cdot x^2-2x$

Montrer que : $f'(2)=\lim\limits_{h\mapsto 0}\dfrac{f(2+h)-f(2)}{h}=10$

## Exercice 6

On considère la fonction $f$ définie sur $\left[-\dfrac{5}{2}\,;+\infty\right[$ par la relation : $f(x)=\sqrt{2\cdot x+5}$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction $f$ dans un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ orthonormé.

**1.** a. Justifier l'égalité suivante pour $h\in\big[-1\,;1\big]\backslash\{0\}$ :

$\dfrac{f(2+h)-f(2)}{h}=\dfrac{2}{\sqrt{2\cdot h+9}+3}$

b. En déduire la valeur du nombre dérivée de la fonction $f$ pour $x=2$.

**2.** En déduire l'équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 2.

## Exercice 7

On considère la fonction $f$ dont l'image de $x$ est définie par :

$f(x)=\sqrt{5-2\cdot x}$

**1.** Déterminer l'ensemble de définition de la fonction $f$.

**2.** a. Pour tout nombre réel $h$ vérifiant :

$h\neq 0$ ; $-2+h\in\mathcal{D}_f$

Etablir l'égalité : $\dfrac{f(-2+h)-f(-2)}{h}=\dfrac{-2}{\sqrt{9-2\cdot h}+3}$

b. En déduire la valeur du nombre dérivée de la fonction $f$ en $-2$.

**3.** On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction $f$

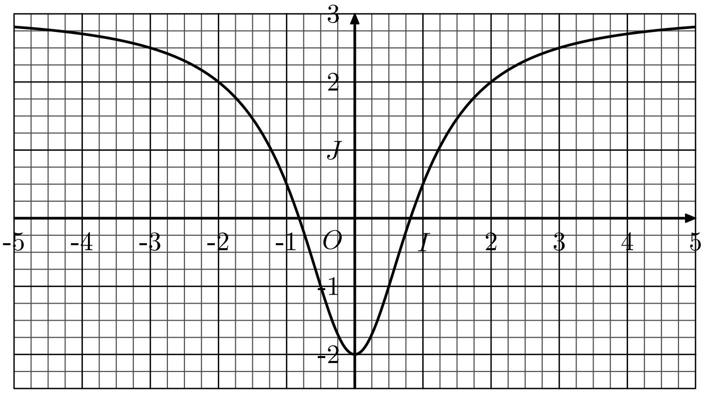
dans un repère orthonormé. Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $-2$.

## Exercice 8

Soit $f$ la fonction dont l'image d'un nombre réel $x$ est définie par la relation : $f(x)=\dfrac{3\cdot x^2-2}{x^2+1}$

1. a. Pour tout nombre réel $h$ non-nul, établir l'égalité :
$$\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=\frac{5\cdot h+10}{2\cdot h^2+4\cdot h+4}$$
   b. En déduire la valeur du nombre dérivée $f'(1)$ de la fonction $f$ en 1.

2. On considère le plan muni d'un repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ et on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction $f$.




   a. Déterminer l'équation de la tangente $(T)$ à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.
   b. Tracer la tangente $(T)$ dans le repère.

3. Déterminer les coordonnées des différents point d'intersection de $(T)$ et de $\mathscr{C}_f$.

## Exercice 9

On considère la fonction $f$ dont l'image de $x$, pour $x\in[1\,;+\infty[$, est définie par la relation :
$$f(x)=(x^2-4\cdot x+3)\sqrt{2\cdot x-2}$$

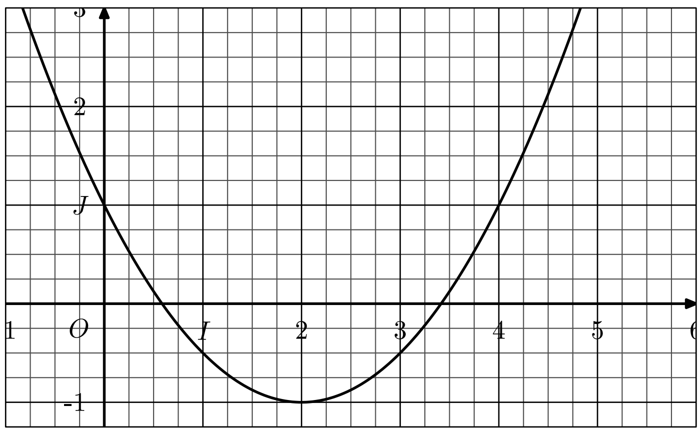
1. Donner une forme simplifiée de : $\dfrac{f(1+h)}{h}$ pour $h>0$
2. En déduire le nombre dérivée de la fonction $f$ en 1.

## Exercice 10

On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$$f\colon x\longmapsto\frac{1}{2}\cdot x^2-2\cdot x+1$$

1. a. Montrer que, pour tout $h\in\mathbb{R}$, on a :
$$f(4+h)-f(4)=\frac{1}{2}\cdot h^2+2\cdot h$$
   b. Déterminer la valeur de la limite : $\displaystyle\lim_{h\mapsto 0}\frac{f(4+h)-f(4)}{h}$

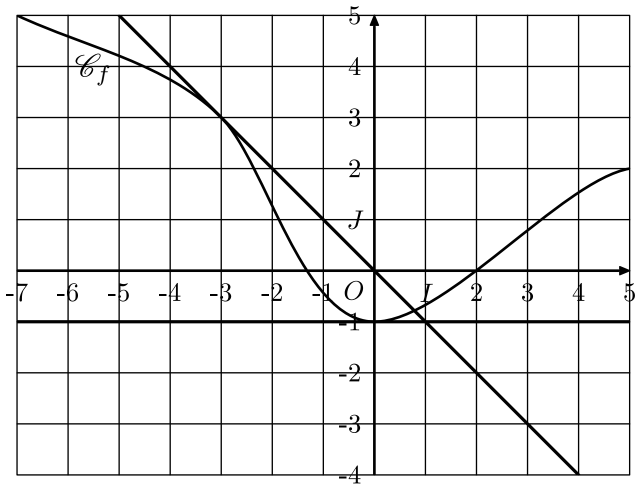
2. Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on donne la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction $f$ :




   a. Tracer dans le repère ci-dessous, la droite $(d)$ admettant pour équation réduite : $y=2x-7$
   b. Justifier que la droite $(d)$ est une tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ dont on précisera le point de contact.

## Exercice 11

La représentation graphique d'une fonction $f$ définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ est tracée ci-dessous ainsi que les tangentes respectives aux points d'abscisses $-3$ et $0$.




Parmi les quatre réponses ci-dessous, laquelle est correcte :

a. Le nombre dérivé de $f$ en 0 vaut $-1$

b. Le nombre dérivé de $f$ en $-1$ vaut 0

c. Le nombre dérivé de $f$ en $-3$ vaut $-1$

d. Le nombre dérivé de $f$ en $-3$ vaut 3