Dérivation en un point

I Limite en zéro d'une fonction

Définition 1
On dit que $f(x)$ a pour limite l lorsque x tend vers 0, si les valeurs de $f(x)$ peuvent être aussi proche de l que l'on veut, pourvu que x soit suffisamment proche de 0.
On dit que ***la limite de f lorsque x tend vers 0 est égale à l*** *et on le note :* $\lim\limits_{x\to 0} = l$

Exemple 1
1) Soit f la fonction définie sur $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$par $f(x) = \dfrac{(x+3)^2-9}{x}$
A l'aide de la calculatrice, remplir le tableau de valeurs suivants :

x	-0,5	-0,1	-0,01	-0,001	0,001	0,01	0,5
f(x)							

Lorsque x se rapproche de 0, les valeurs de $f(x)$ se rapprochent de ....donc ....

2) Soit g la fonction définie sur $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$par $g(x) = \dfrac{1}{x^3}$
A l'aide de la calculatrice, remplir le tableau de valeurs suivants :

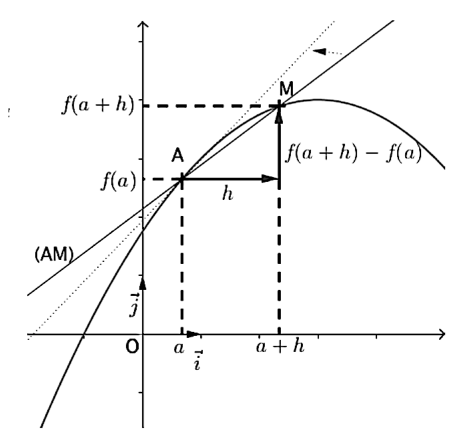
x	-0,5	-0,1	-0,01	-0,001	0,001	0,01	0,5
g(x)							

Lorsque x se rapproche de 0, les valeurs de $g(x)$ ....donc ....

II Nombre dérivé

Définition 2
Le ***taux de variation*** *de la fonction f entre a et $a+h$ (avec $h \neq 0$) est le rapport* $\boldsymbol{\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}}$

Soit une fonction f définie sur un intervalle I et $a \in I$.
Soient A et M deux points de la courbe C_f d'abscisses a et $a+h$.
Le taux de variation correspond à la pente de la droite (AM)



Exemple 2
Soit $f(x) = x^2 + 4$, calculer le taux de variation de f entre 2 et $2+h$

Définition 3
*Dire qu'une fonction est **dérivable en a** signifie que le taux de variation entre a et $a+h$ a pour limite un nombre réel lorsque h tend vers 0*

*Ce nombre réel, lorsqu'il existe, est appelé **nombre dérivé de f en a** et est noté $\boldsymbol{f'(a)}$ donc*
$$\boldsymbol{f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}}$$

Sur le schéma précédent, lorsque le point M se rapproche du point A, la pente de la droite (AM) est égale à la limite du taux de variation lorsque h tend vers 0.
Cette pente correspond donc à $f'(a)$

Exemple 3
Soit $g(x) = 2x^2 - 4x + 3$, montrer que g est dérivable en 1

....

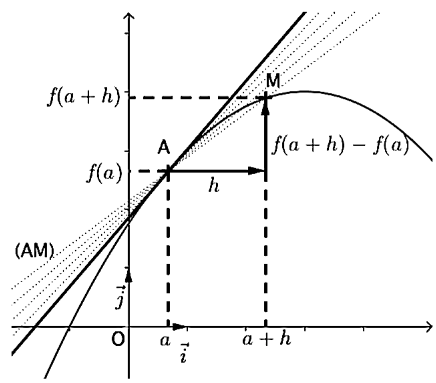
....

....

III Tangente à la courbe

1) Définitions

Définition 4
*La **tangente** à la courbe C_f au point A est la droite passant par A et de pente (coefficient directeur) $f'(a)$*



Propriété 1
Une équation de la tangente à la courbe C_f en A est $\boldsymbol{y = f'(a)(x-a) + f(a)}$

Démonstration
EXIGIBLE

Exercice 1
Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 3x^2 - 4x + 2$

1) Calculer $f'(2)$

2) Donner l'équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 2