Exercices en plus - nombre dérivé - 1ere spécialité

CORRECTIONS

C.1

1.
- La droite (T_2) est la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.
- La droite (T_3) est la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 4.
- La droite (T_4) est la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse -3.

2. a. La droite (T_1) a pour coefficient directeur :
$$a = \frac{2{,}5-1}{0-(-3)} = \frac{1{,}5}{3} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

b. Graphiqment, on obtient les résultats suivants :
- La tangente (T_2) a pour coefficient directeur $-\frac{1}{4}$;
- La tangente (T_3) a pour coefficient directeur $\frac{1}{8}$;
- La tangente (T_4) a pour coefficient directeur 3.

C.2

1. a. On a :
- $f(1+h) = -3\cdot\big(1+h\big)^2 + 4\cdot\big(1+h\big) - 2$
$= -3\cdot\big(1+2h+h^2\big) + 4 + 4h - 2$
$= -3 - 6h - 3h^2 + 4 + 4h - 2 = -3h^2 - 2h - 1$
- $f(1) = -3\times1^2 + 4\times1 - 2 = -3+4-2 = -1$

On a les transformations algébriques :
$$\frac{f(1+h)-f(1)}{h} = \frac{-3h^2-2h-1-(-1)}{h} = \frac{-3h^2-2h-1+1}{h}$$
$$= \frac{-3h^2-2h}{h} = \frac{h\cdot\big(-3h-2\big)}{h} = -3h-2$$

b. Par définition du nombre dérivé de la fonction f en 1, on a :
$$f'(1) = \lim_{h\mapsto0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h} = \lim_{h\mapsto0} -3h-2 = -3\times0-2 = -2$$

2. La tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1 admet pour équation réduite :

$y = f'(1)\cdot\big(x-1\big) + f(1)$

$y = -2(x-1) + (-1)$

$y = -2x + 2 + (-1)$

$y = -2x + 1$

C.3

1. On a les manipulations algébriques suivantes :
$$f(2+h) - f(2) = \frac{3\big(2+h\big)-1}{\big(2+h\big)+1} - \frac{3\times2-1}{2+1}$$
$$= \frac{6+3\cdot h-1}{h+3} - \frac{6-1}{3} = \frac{3\cdot h+5}{h+3} - \frac{5}{3}$$
$$= \frac{3\cdot\big(3\cdot h+5\big)}{3\cdot\big(h+3\big)} - \frac{5\cdot\big(h+3\big)}{3\cdot\big(h+3\big)} = \frac{9\cdot h+15}{3\cdot\big(h+3\big)} - \frac{5\cdot h+15}{3\cdot\big(h+3\big)}$$
$$= \frac{9\cdot h+15-\big(5\cdot h+15\big)}{3\cdot\big(h+3\big)} = \frac{9\cdot h+15-5\cdot h-15}{3\cdot\big(h+3\big)} = \frac{4\cdot h}{3\cdot\big(h+3\big)}$$

Simplifions l'expression du quotient :
$$\frac{f(2+h)-f((2)}{h} = \frac{\frac{4\cdot h}{3\cdot\big(h+3\big)}}{h} = \frac{4\cdot h}{3\cdot\big(h+3\big)}\times\frac{1}{h} = \frac{4}{3\cdot\big(h+3\big)}$$

2. On a les deux limites :
$$\lim_{h\mapsto0} 4 = 4 \quad ; \quad \lim_{h\mapsto0} 3\cdot\big(h+3\big) = 3\times\big(0+3\big) = 9$$
On endéduit la limite :
$$\lim_{h\mapsto0}\frac{f(2+h)-f((2)}{h} = \lim_{h\mapsto0}\frac{4}{3\cdot\big(h+3\big)} = \frac{4}{9}$$

C.4

1. On a :
- $f(1+h) = \dfrac{\big(1+h\big)+3}{\big(1+h\big)+1} = \dfrac{h+4}{h+2}$
- $f(1) = \dfrac{1+3}{1+1} = \dfrac{4}{2} = 2$

On en déduit :
$$\frac{f(1+h)-f(1)}{h} = \frac{\frac{h+4}{h+2}-2}{h} = \frac{\frac{h+4}{h+2}-\frac{2\cdot\big(h+2\big)}{h+2}}{h}$$
$$= \frac{\frac{h+4}{h+2}-\frac{2\cdot h+4}{h+2}}{h} = \frac{\frac{h+4-\big(2\cdot h+4\big)}{h+2}}{h}$$
$$= \frac{\frac{h+4-2\cdot h-4}{h+2}}{h} = \frac{\frac{-h}{h+2}}{h} = \frac{-h}{h+2}\times\frac{1}{h} = -\frac{1}{h+2}$$

2. On en déduit la valeur du nombre dérivée :
$$f'(1) = \lim_{h\mapsto0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h} = \lim_{h\mapsto0} -\frac{1}{h+2} = -\frac{1}{2}$$

3. On a :
$$f(1) = \frac{1+3}{1+1} = \frac{4}{2} = 2$$
la tangente (T) la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1 a pour équation réduite :

$y = f'(a)\cdot\big(x-a\big) + f(a)$

$y = -\frac{1}{2}\cdot\big(x-1\big) + 2$

$y = -\frac{1}{2}\cdot x + \frac{1}{2} + 2$

$y = -\frac{1}{2}\cdot x + \frac{5}{2}$

C.5

1. a.
- $f(2+h) = 0{,}1\cdot\big(h+2\big)^2 + 0{,}2\cdot\big(2+h\big) - 0{,}8$
$= 0{,}1\cdot\big(h^2+4\cdot h+4\big) + 0{,}2\cdot h + 0{,}4 - 0{,}8$
$= 0{,}1\cdot h^2 + 0{,}4\cdot h + 0{,}4 + 0{,}2\cdot h - 0{,}4$
$= 0{,}1\cdot h^2 + 0{,}6\cdot h$
- $f(2) = 0{,}1\times2^2 + 0{,}2\times2 - 0{,}8 = 0{,}1\times4 + 0{,}4 - 0{,}8$
$= 0{,}4 - 0{,}4 = 0$

On a les transformations algébriques :
$$\frac{f(2+h)-f(2)}{h} = \frac{0{,}1\cdot h^2+0{,}6\cdot h}{h} = \frac{h\cdot\big(0{,}1\cdot h+0{,}6\big)}{h}$$
$$= 0{,}1\cdot h + 0{,}6$$

b. Le nombre dérivé de la fonction f en 2 a pour valeur :

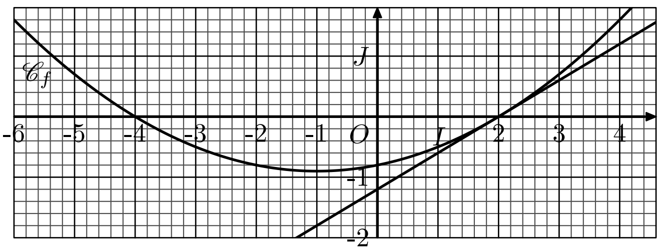
$$f'(2)=\lim_{h\mapsto 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=\lim_{h\mapsto 0}0{,}1\cdot h+0{,}6=0{,}6$$

2 a La tangente (T) a pour équation réduite :

$$y=f'(2)\cdot\big(x-2\big)+f(2)$$
$$y=0{,}6\cdot\big(x-2\big)+0$$
$$y=0{,}6\cdot x-1{,}2$$

b Pour tracer la droite (T), nous pouvons utiliser les deux points suivants :

- le point de contact de coordonnées $(2\,;0)$
- l'ordonnée à l'origine $(0\,;-1{,}2)$



C.6

1 On a :

- $f(1+h)=2\cdot\big(1+h\big)^2-3\cdot\big(1+h\big)+1$
  $=2\cdot\big(1+2\cdot h+h^2\big)-3-3\cdot h+1$
  $=2+4\cdot h+2\cdot h^2-3-3\cdot h+1=2\cdot h^2+h$
- $f(1)=2\times 1^2-3\times 1+1=2-3+1=0$

On en déduit l'expression du quotient :

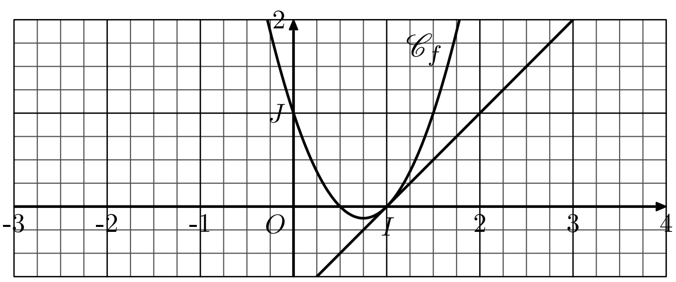
$$\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=\frac{2\cdot h^2+h-0}{h}=\frac{h\cdot\big(2\cdot h+1\big)}{h}=2\cdot h+1$$

Le nombre dérivé de la fonction f en 1 a pour valeur :

$$f'(1)=\lim_{h\mapsto 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=\lim_{h\mapsto 0}2\cdot h+1=1$$

2 La tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1 a pour équation réduite :

$$y=f'(1)\cdot\big(x-1\big)+f(1)$$
$$y=1\cdot\big(x-1\big)+0$$
$$y=x-1$$



C.7

1 On utilisera les expressions suivantes :

- $f(1+h)=\dfrac{3\cdot\big(1+h\big)+1}{2\cdot\big(1+h\big)+2}=\dfrac{3+3\cdot h+1}{2+2\cdot h+2}=\dfrac{3\cdot h+4}{2\cdot h+4}$
- $f(1)=\dfrac{3\times 1+1}{2\times 1+2}=\dfrac{3+1}{2+2}=\dfrac{4}{4}=1$

On a les transformations algébriques suivantes :

$$\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=\frac{\dfrac{3\cdot h+4}{2\cdot h+4}-1}{h}=\frac{\dfrac{3\cdot h+4}{2\cdot h+4}-\dfrac{2\cdot h+4}{2\cdot h+4}}{h}$$
$$=\frac{\dfrac{\big(3\cdot h+4\big)-\big(2\cdot h+4\big)}{2\cdot h+4}}{h}=\frac{\dfrac{3\cdot h+4-2\cdot h-4}{2\cdot h+4}}{h}$$
$$=\frac{\dfrac{h}{2\cdot h+4}}{h}=\frac{h}{2\cdot h+4}\times\frac{1}{h}=\frac{1}{2\cdot h+4}$$

On en déduit la valeur du nombre dérivé de la fonction f en 1 :

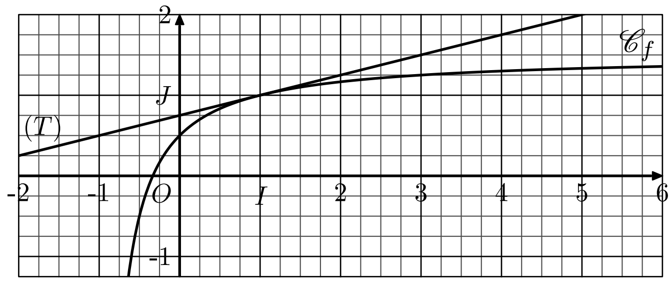
$$f'(1)=\lim_{h\mapsto 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=\lim_{h\mapsto 0}\frac{1}{2\cdot h+4}=\frac{1}{4}$$

2 a La tangente (T) a pour équation réduite :

$$y=f'(1)\cdot\big(x-1\big)+f(1)$$
$$y=\frac{1}{4}\cdot\big(x-1\big)+1$$
$$y=\frac{1}{4}\cdot x-\frac{1}{4}+1$$
$$y=\frac{1}{4}\cdot x+\frac{3}{4}$$

b Pour tracer la tangente, on utilise :

- le point de contact qui a pour coordonnées $(1\,;1)$
- l'ordonnée à l'origine qui définit le point de coordonnées $\left(0\,;\dfrac{3}{4}\right)$



C.8

1

- $f(1+h)=\dfrac{3\cdot(1+h)^2-2}{(1+h)^2+1}=\dfrac{3\cdot(h^2+2\cdot h+1)-2}{(h^2+2\cdot h+1)+1}$
  $=\dfrac{3\cdot h^2+6\cdot h+3-2}{(h^2+2\cdot h+1)+1}=\dfrac{3\cdot h^2+6\cdot h+1}{h^2+2\cdot h+2}$
- $f(1)=\dfrac{3\times 1^2-2}{1^2+1}=\dfrac{3-2}{1+1}=\dfrac{1}{2}$
- $\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}=\dfrac{\dfrac{3\cdot h^2+6\cdot h+1}{h^2+2\cdot h+2}-\dfrac{1}{2}}{h}$
  $=\dfrac{\dfrac{\big(3\cdot h^2+6\cdot h+1\big)\cdot 2}{\big(h^2+2\cdot h+2\big)\cdot 2}-\dfrac{1\cdot\big(h^2+2\cdot h+2\big)}{2\cdot\big(h^2+2\cdot h+2\big)}}{h}$
  $=\dfrac{6\cdot h^2+12\cdot h+2-h^2-2\cdot h-2}{2\cdot\big(h^2+2\cdot h+2\big)}\times\dfrac{1}{h}$
  $=\dfrac{5\cdot h^2+10\cdot h}{2\cdot h\cdot\big(h^2+2\cdot h+2\big)}=\dfrac{h\cdot\big(5\cdot h+10\big)}{h\cdot\big(2\cdot h^2+4\cdot h+4\big)}$
  $=\dfrac{5\cdot h+10}{2\cdot h^2+4\cdot h+4}$

On en déduit la valeur de la limite :

$$f'(1)=\lim_{h\mapsto 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=\lim_{h\mapsto 0}\frac{5\cdot h+10}{2\cdot h^2+4\cdot h+4}=\frac{10}{4}=\frac{5}{2}$$

(2) (a) De la question précédente, on en déduit que le coefficient directeur de la tangente (T) a pour valeur $\frac{5}{2}$.
Son équation réduite est de la forme :

$$y=\frac{5}{2}\cdot x+b \qquad \text{où } b\in\mathbb{R}$$

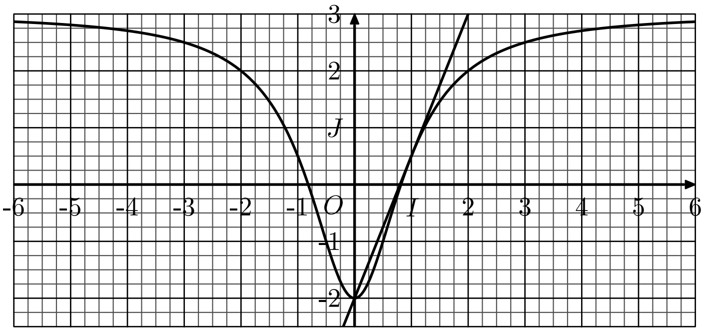
Le point de coordonnées $\left(1\,;\frac{1}{2}\right)$ étant le point de contact, il appartient à $\mathscr{C}_f$ et à (T).

$$\frac{1}{2}=\frac{5}{2}\times 1+b$$
$$b=\frac{1}{2}-\frac{5}{2}$$
$$b=-2$$

On en déduit l'équation réduite de (T) :

$$y=\frac{5}{2}\cdot x-2$$

(b) Voici la représentation de la tangente (T) :



(3) Résolvons l'équation suivante :

$$f(x)=\frac{5}{2}x-2$$
$$\frac{3\cdot x^2-2}{x^2+1}-\frac{5\cdot x-4}{2}=0$$
$$\frac{2\cdot\left(3\cdot x^2-2\right)}{2\cdot\left(x^2+1\right)}-\frac{\left(5\cdot x-4\right)\left(x^2+1\right)}{2\cdot\left(x^2+1\right)}=0$$
$$\frac{6\cdot x^2-4-\left(5\cdot x^3+5\cdot x-4\cdot x^2-4\right.}{2\cdot\left(x^2+1\right)}=0$$
$$\frac{6\cdot x^2-4-5\cdot x^3-5x+4\cdot x^2+4}{2\cdot\left(x^2+1\right)}=0$$
$$\frac{-5\cdot x^3+10\cdot x^2-5\cdot x}{2\cdot\left(x^2+1\right)}=0$$
$$\frac{-5\cdot x\cdot\left(x^2-2\cdot x+1\right)}{2\cdot\left(x^2+1\right)}=0$$
$$\frac{-5\cdot x\cdot\left(x-1\right)^2}{2\cdot\left(x^2+1\right)}=0$$

Si un quotient est nul alors son numérateur est nul ; on en déduit les solutions de l'équation précédente :
$\mathcal{S}=\{0\,;1\}$

Ainsi, la courbe $\mathscr{C}_f$ et la tangente (T) s'intercepte en deux points de coordonnées :

$(0\,;-2)$; $\left(1\,;\frac{1}{2}\right)$

C.9

(1) (a)
- $f(1{+}h)=\frac{3}{(1+h)+2}=\frac{3}{h+3}$
- $f(1)=\frac{3}{1+2}=\frac{3}{3}=1$
- $f(1{+}h)-f(1)=\frac{3}{h+3}-1=\frac{3}{h+3}-\frac{h+3}{h+3}$
$$=\frac{3-(h+3)}{h+3}=\frac{3-h-3}{h+3}=\frac{h}{h+3}$$
- $\frac{f(1{+}h)-f(1)}{h}=\frac{\frac{h}{h+3}}{h}=\frac{h}{h+3}\times\frac{1}{h}=\frac{1}{h+3}$

(b) On en déduit la valeur du nombre dérivé $f'(1)$ de la fonction f en 1 :

$$f'(1)=\lim_{h\mapsto 0}\frac{f(1{+}h)-f(1)}{h}=\lim_{h\mapsto 0}\frac{1}{h+3}=\frac{1}{3}$$

(2) La tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1 admet pour équation réduite :

$$y=f'(1)\cdot(x-1)+f(1)$$
$$y=\frac{1}{3}\cdot(x-1)+1$$
$$y=\frac{1}{3}\cdot x-\frac{1}{3}+1$$
$$y=\frac{1}{3}\cdot x-\frac{1}{3}+\frac{3}{3}$$
$$y=\frac{1}{3}\cdot x\frac{2}{3}$$

C.10

(1) (a) On a les transformations algébriques :

$$\frac{f(1{+}h)-f(1)}{h}=\frac{\frac{2\cdot(1+h)+3}{(1+h)+1}-\frac{2\times 1+3}{1+1}}{h}$$
$$=\frac{2+2\cdot h+3}{h+2}-\frac{2+3}{2}\times\frac{1}{h}=\frac{2\cdot h+5}{h+2}-\frac{5}{2}\times\frac{1}{h}$$
$$=\frac{2(2\cdot h{+}5)}{2(h+2)}-\frac{5\times(h{+}2)}{2\times(h+2)}\times\frac{1}{h}=\frac{2(2\cdot h{+}5)-5\times(h+2)}{2\times(h{+}2)}\times\frac{1}{h}$$
$$=\frac{4\cdot h+10-5\cdot h-10}{2\times(h+2)}\times\frac{1}{h}=\frac{-h}{2\cdot h+4}\times\frac{1}{h}=\frac{-1}{2\cdot h+4}$$

On en déduit les valeurs recherchées : $a{=}2$; $b{=}4$

(b) Par définition, le nombre dérivé de la fonction f en 1 a pour valeur :

$$f'(1)=\lim_{h\mapsto 0}\frac{f(1{+}h)-f(1)}{h}=\lim_{h\mapsto 0}\frac{-1}{2\cdot h+4}=-\frac{1}{4}$$

(2)
- On a : $f(1)=\frac{2\times 1+3}{1+1}=\frac{5}{2}$
- La tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1 admet pour équation réduite :
$$y=f'(1)\cdot(x-1)+f(1)$$
$$y=-\frac{1}{4}\cdot(x-1)+\frac{5}{2}$$
$$y=-\frac{1}{4}\cdot x+\frac{1}{4}+\frac{5}{2}$$
$$y=-\frac{1}{4}\cdot x+\frac{1}{4}+\frac{10}{4}$$
$$y=-\frac{1}{4}\cdot x+\frac{11}{4}$$

C.11

(1) La réponse correcte est (a) :
La tangente T_1 à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1 est

horizontale : son coefficient directeur est nul.
On en déduit que le nombre dérivé de la fonction f en 1 prend la valeur 0.

(2) La réponse correcte est (b) :
La tangente T_0 à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0 passe par les points :
$A(0;1)$; $C(3;2)$
Le coefficient directeur de la droite T_0 a pour valeur :
$\dfrac{y_C-y_A}{x_C-x_A}=\dfrac{3-1}{2-0}=\dfrac{2}{2}=1$
On en déduit le nombre dérivé de la fonction f en 0 :
$f'(0)=1$.

(3) La réponse correcte est (d) :
Le point B est le point de la courbe $\mathscr{C}_f$ d'abscisse 1. Son ordonnée est donc l'image de B.
Graphiquement, on peut affirmer que : $1<f(1)\leqslant 1{,}5$

C.12

(1) (a) Pour connaître l'ensemble de définition de la fonction f, nous devons dresser le tableau de signes de ce polynôme. Ce polynôme admet pour discriminant :
$\Delta=b^2-4{\cdot}a{\cdot}c=1^2-4\times(-2)\times1=1+8=9$
On a la simplification suivante : $\sqrt{\Delta}=\sqrt{9}=3$
Le discriminant étant strictement positif, ce polynôme admet les deux racines suivantes :

$x_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2{\cdot}a}=\dfrac{-1-3}{2\times(-2)}=\dfrac{-4}{-4}=1$

$x_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2{\cdot}a}=\dfrac{-1+3}{2\times(-2)}=\dfrac{2}{-4}=-\dfrac{1}{2}$

Le coefficient du terme du second degré étant strictement négatif, ce polynôme admet le tableau de signes ci-dessous :

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$-2x^2+x+1$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Une racine carée n'étant définie que si l'expression située sous le radical est positif, on en déduit l'ensemble de définition de la fonction f :
$\mathcal{D}_f=\Big[-\dfrac{1}{2};1\Big]$

(b) On a les deux simplifications suivantes :

- $f\Big(\dfrac{1}{2}+h\Big)=\sqrt{-2{\cdot}\Big(\dfrac{1}{2}+h\Big)^2+\Big(\dfrac{1}{2}+h\Big)+1}$
$=\sqrt{-2{\cdot}\Big(\dfrac{1}{4}+h+h^2\Big)+\dfrac{1}{2}+h+1}$
$=\sqrt{-\dfrac{1}{2}-2h-2h^2+\dfrac{1}{2}+h+1}$
$=\sqrt{-2{\cdot}h^2-h+1}$
- $f\Big(\dfrac{1}{2}\Big)=\sqrt{-2{\cdot}\Big(\dfrac{1}{2}\Big)^2+\dfrac{1}{2}+1}=\sqrt{-2\times\dfrac{1}{4}+\dfrac{3}{2}}$
$=\sqrt{-\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2}}=\sqrt{1}=1$

Simplifions l'expression du quotient :

$\dfrac{f\Big(\dfrac{1}{2}+h\Big)-f\Big(\dfrac{1}{2}\Big)}{h}=\dfrac{\sqrt{-2h^2-h+1}-1}{h}$

Le facteur $\sqrt{-2h^2-h+1}+1$ est non-nul :

$=\dfrac{\big(\sqrt{-2h^2-h+1}-1\big)\big(\sqrt{-2h^2-h+1}+1\big)}{h\big(\sqrt{-2h^2-h+1}+1\big)}$

$=\dfrac{\big(\sqrt{-2h^2-h+1}\big)^2-1^2}{h\big(\sqrt{-2h^2-h+1}+1\big)}=\dfrac{-2h^2-h+1-1}{h\big(\sqrt{-2h^2-h+1}+1\big)}$

$=\dfrac{-2h^2-h}{h\big(\sqrt{-2h^2-h+1}+1\big)}=\dfrac{h{\cdot}(-2h-1)}{h\big(\sqrt{-2h^2-h+1}+1\big)}$

$=\dfrac{-2h-1}{\sqrt{-2h^2-h+1}+1}$

On en déduit la limite suivante :

$\lim\limits_{h\mapsto0}\dfrac{f\Big(\dfrac{1}{2}+h\Big)-f\Big(\dfrac{1}{2}\Big)}{h}=\lim\limits_{h\mapsto0}\dfrac{-2h-1}{\sqrt{-2h^2-h+1}+1}$

$=\dfrac{-1}{\sqrt{1}+1}=-\dfrac{1}{2}$

(c) La tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $\dfrac{1}{2}$ a pour équation réduite :

$y=f'\Big(\dfrac{1}{2}\Big){\cdot}\Big(x-\dfrac{1}{2}\Big)+f\Big(\dfrac{1}{2}\Big)$

$y=-\dfrac{1}{2}{\cdot}\Big(x-\dfrac{1}{2}\Big)+1$

$y=-\dfrac{1}{2}{\cdot}x+\dfrac{1}{4}+1$

$y=-\dfrac{1}{2}{\cdot}x+\dfrac{5}{4}$

(2) (a) On a les simplifications suivantes :

- $g(1+h)=-2{\cdot}(1+h)^3+3{\cdot}(1+h)^2+(1+h)-1$
$=-2{\cdot}(1+h){\cdot}(1+2h+h^2)+3{\cdot}(1+2h+h^2)+1+h-1$
$=-2{\cdot}(1+2h+h^2+h+2h^2+h^3)+3+6h+3h^2+h$
$=-2{\cdot}(h^3+3h^2+3h+1)+3h^2+7h+3$
$=-2h^3-6h^2-6h-2+3h^2+7h+3$
$=-2h^3-3h^2+h+1$
- $g(1)=-2\times1^3+3\times1^2+1-1$
$=-2+3+1-1=1$

On a la simplification suivante du quotient :

$\dfrac{g(1+h)-g(1)}{h}=\dfrac{(-2h^3-3h^2+h+1)-1}{h}$

$=\dfrac{-2h^3-3h^2+h}{h}=\dfrac{h{\cdot}(-2h^2-3h+1)}{h}$

$=-2h^2-3h+1$

On en déduit la valeur de la limite recherchée :

$\lim\limits_{h\mapsto0}\dfrac{g(1+h)-g(1)}{h}=\lim\limits_{h\mapsto0}-2h^2-3h+1=1$

(b) La tangente à la courbe $\mathscr{C}_g$ au point d'abscisse 1 a pour équation réduite :

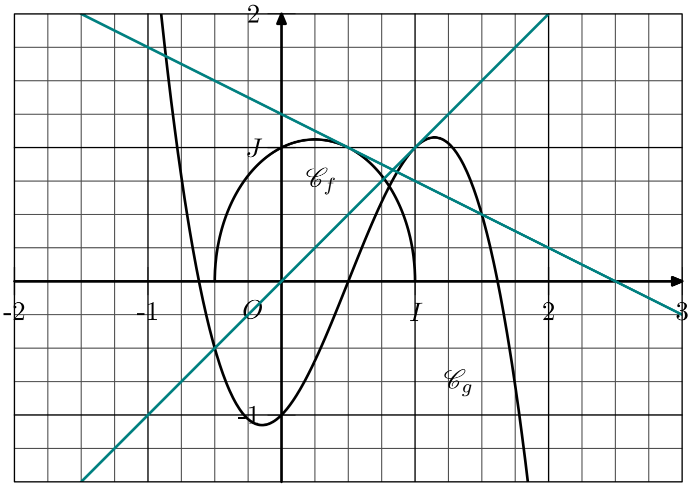
$y=g'(1){\cdot}(x-1)+g(1)$

$y=1{\cdot}(x-1)+1$

$y=x-1+1$

$y=x$

(3) Voici la représentation de ces deux tangentes :



C.13

1. On a les transformations algébriques suivantes :
$$\frac{f(1{+}h)}{h} = \frac{\big[(1+h)^2-4{\cdot}(1+h)+3\big]\sqrt{2{\cdot}(1+h)-2}}{h}$$
$$= \frac{(1+2{\cdot}h+h^2-4-4{\cdot}h+3){\cdot}\sqrt{2+2{\cdot}h-2}}{h}$$
$$= \frac{\big(h^2-2{\cdot}h\big){\cdot}\sqrt{2{\cdot}h}}{h} = (h-2){\cdot}\sqrt{2{\cdot}h}$$

2. Le nombre dérivée de la fonction f en 1 est déterminé par la valeur de la limite :
$$\lim_{h\mapsto 0}\frac{f(1{+}h)-f(1)}{h} = \lim_{h\mapsto 0}\frac{f(1{+}h)-0}{h}$$
$$= \lim_{h\mapsto 0}\frac{f(1{+}h)}{h} = \lim_{h\mapsto 0}(h-2){\cdot}\sqrt{2{\cdot}h} = 0$$
Ainsi, la fonction admet 0 pour nombre dérivée en 1 : la tangente à sa courbe $\mathscr{C}_f$ représentative admet une tangente horizontale au point d'abscisse 1.