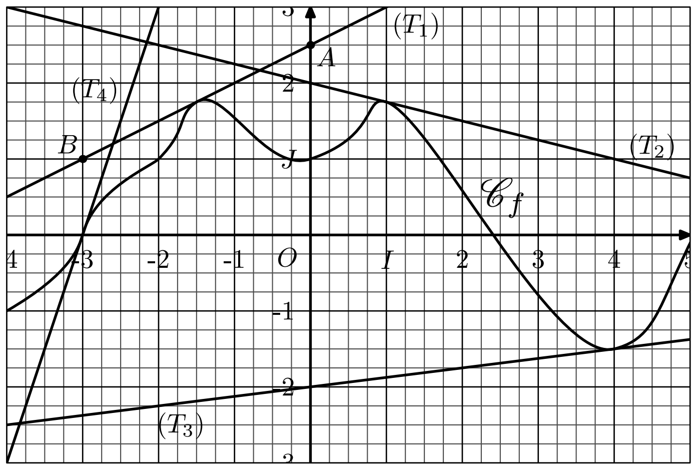
# Exercices en plus - nombre dérivé - 1ere spécialité

**E.1** Ci-dessous est représentée, dans le repère $(O\,;I\,;J)$, la courbe $\mathscr{C}_f$ et quatre de ses tangentes :




1. La droite $(T_1)$ s'appelle :

   "*La tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $-1{,}5$*"

   Nommer de même les trois autres droites.

2. a. La tangente $(T_1)$ passe par les points $A(0\,;2{,}5)$ et $B(-3\,;1)$. Déterminer le coefficient directeur de la droite $(T_1)$.

   b. Déterminer les coefficients directeurs des tangentes $(T_2)$, $(T_3)$ et $(T_4)$.

**E.2** On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = -3{\cdot}x^2 + 4{\cdot}x - 2$

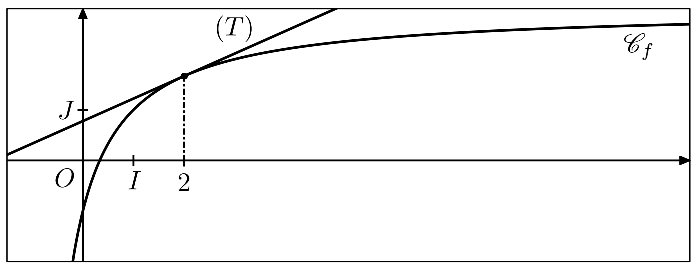
1. a. Etablir l'identité ci-dessous :
   $$\frac{f(1+h) - f(1)}{h} = -3h - 2$$

   b. Donner la valeur du nombre dérivé de la fonction $f$ en 1.

2. On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction $f$ dans le plan muni d'un repère.
   Déterminer l'équation réduite de la tangente $(T)$ à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

**E.3** On considère la fonction $f$ définie sur $\left]-1\,;+\infty\right[$ par :
$$f(x) = \frac{3{\cdot}x - 1}{x + 1}$$

Dans le plan muni du repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ orthonormé, sont représentées la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction $f$ et la tangente $(T)$ à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 2.




1. Pour tout $h \in \big[-1\,;1\big]$, établir l'identité :
   $$\frac{f(2+h) - f((2)}{h} = \frac{4}{3{\cdot}\big(h+3\big)}$$

2. Déterminer le coefficient directeur de la tangente $(T)$.

**E.4** On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ par :
$$f(x) = \frac{x+3}{x+1}$$

1. Etablir que pour tout entier $h$ tel que $h{+}1 \neq 0$, on a :
   $$\frac{f(1{+}h) - f(1)}{h} = -\frac{1}{h+2}$$

2. En déduit le nombre dérivée de la fonction $f$ en 1.

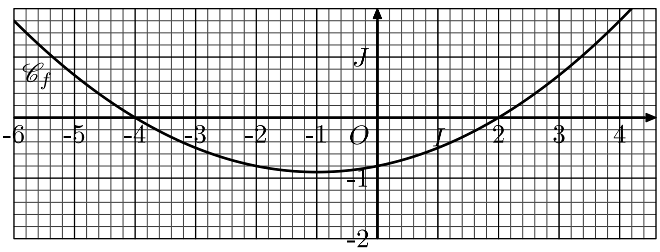
On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction $f$ dans le plan muni d'un repère.

3. Déterminer l'équation réduite de la tangente $(T)$ à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

**E.5**

> **Proposition :** soit $f$ une fonction définie sur un intervalle $I$ et dérivable en $a \in I$.
> La tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $a$ a pour équation réduite :
> $y = f'(a){\cdot}\big(x - a\big) + f(a)$

On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = 0{,}1{\cdot}x^2 + 0{,}2{\cdot}x - 0{,}8$
On donne la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction $f$ dans le repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ orthonormé ci-dessous :




1. a. Pour tout $h \in \mathbb{R}$, établir l'identité :
   $$\frac{f(2{+}h) - f(2)}{h} = 0{,}1{\cdot}h + 0{,}6$$

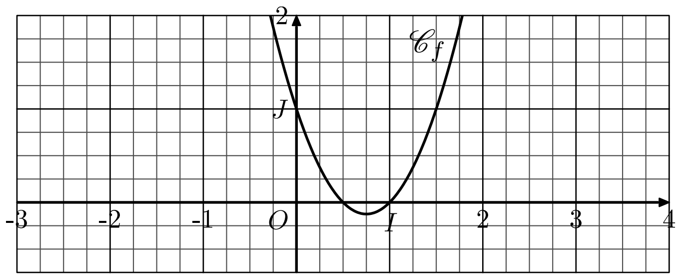
   b. En déduire le nombre dérivé de la fonction $f$ en 2.

2. a. Déterminer l'équation réduite de la tangente $(T)$ à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 2.

   b. Tracer la tangente $(T)$ dans le repère ci-dessus.

**E.6** On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = 2{\cdot}x^2 - 3{\cdot}x + 1$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction $f$ dans le repère $\big(O\,;I\,;J\big)$ ci-dessous

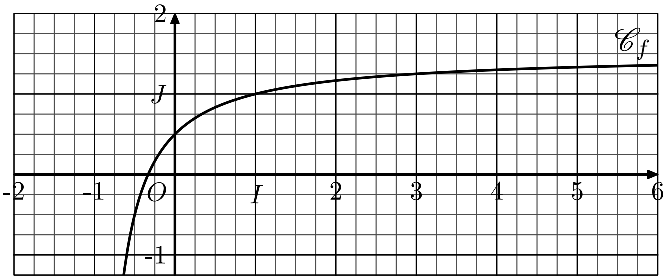



1. Etablir que : $f'(1) = 1$

(2) Déterminer l'équation réduite de la tangente $(T)$ à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

**E.7** On considère la fonction $f$ définie sur l'intervalle $\left]-1\,;+\infty\right[$ par : $f(x)=\dfrac{3{\cdot}x+1}{2{\cdot}x+2}$

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ muni d'un repère orthonormé, est donnée la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction $f$.




(1) Démontrer que : $f'(1)=\dfrac{1}{4}$

(2) (a) Déterminer l'équation réduite de la tangente $(T)$ à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

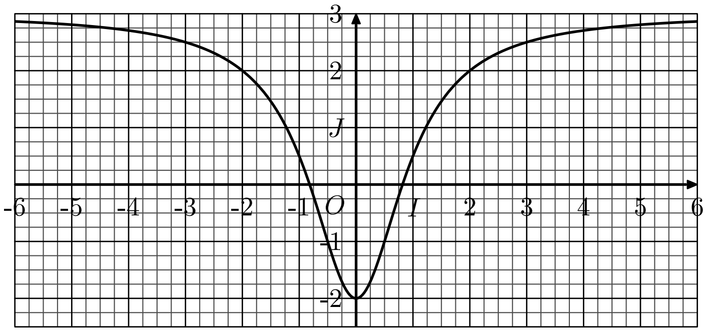
(b) Tracer la tangente $(T)$ dans le repère ci-dessous.

**E.8** Soit $f$ la fonction dont l'image d'un nombre réel $x$ est définie par la relation : $f(x)=\dfrac{3{\cdot}x^2-2}{x^2+1}$

(1) (a) Pour tout nombre réel $h$ non-nul, établir l'égalité :
$$\frac{f(1{+}h)-f(1)}{h}=\frac{5{\cdot}h+10}{2{\cdot}h^2+4{\cdot}h+4}$$

(b) En déduire la valeur du nombre dérivée $f'(1)$ de la fonction $f$ en 1.

(2) On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ et on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction $f$.




(a) Déterminer l'équation de la tangente $(T)$ à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

(b) Tracer la tangente $(T)$ dans le repère.

(3) Déterminer les coordonnées des différents point d'intersection de $(T)$ et de $\mathscr{C}_f$.

**E.9** On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-2\}$ définie par : $f(x)=\dfrac{3}{x+2}$

(1) (a) Pour toute valeur de $h\in\mathbb{R}\backslash\{0\,;-3\}$, déterminer la simplification de l'expression : $\dfrac{f(1{+}h)-f(1)}{h}$

(b) En déduire la valeur du nombre dérivé $f'(1)$ de la fonction $f$ en 1.

(2) Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction $f$.
Déterminer l'équation réduite $(T)$ de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

**E.10** On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ par :
$f(x)=\dfrac{2{\cdot}x+3}{x+1}$

(1) (a) Déterminer les réels $a$ et $b$ réalisant l'identité :
$$\frac{f(1{+}h)-f(1)}{h}=\frac{-1}{a{\cdot}h+b}$$

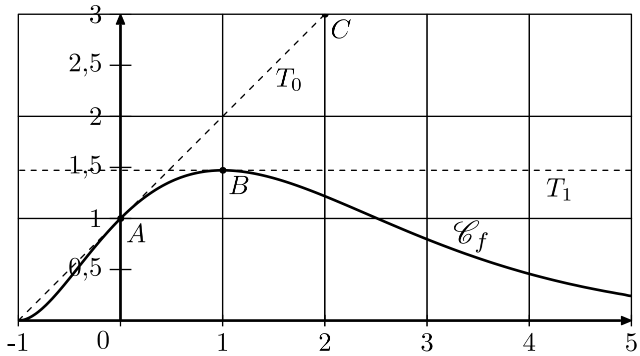
(b) Etablir que : $f'(1)=-\dfrac{1}{4}$

(2) On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction $f$ dans le plan muni d'un repère. Déterminer l'équation réduite de la tangente $(T)$ à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

**E.11**

Dans ce questionnaire à choix multiples, aucune justification n'est demandée. Pour chacune des questions, une seule des réponses proposées est correcte.
Une bonne réponse rapporte 0,75 point.
Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'enlève ni ne rapporte aucun point.
Noter sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

Dans un repère orthonormé du plan, on donne la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ d'une fonction $f$ définie et dérivable sur l'intervalle $[-1\,;5]$.
On note $f'$ la fonction dérivée de $f$.
La courbe $\mathscr{C}_f$ passe par le point $A(0\,;1)$ et par le point $B$ d'abscisse 1.
La tangente $T_0$ à la courbe au point $A$ passe par le point $C(2\,;3)$ et la tangente $T_1$ au point $B$ est parallèle à l'axe des abscisses.




(1) La valeur exacte du nombre dérivé de la fonction $f$ en 1 est :

(a) 0 (b) 1 (c) 1,6 (d) autre réponse

(2) La valeur exacte du nombre dérivé de la fonction $f$ en 0 est :

(a) 0 (b) 1 (c) 1,6 (d) autre réponse

(3) La valeur exacte de $f(1)$ est :

(a) 0 (b) 1 (c) 1,6 (d) autre réponse

**E.12**

(1) Soit $f$ la fonction définie par la relation :

$f : x \longmapsto \sqrt{-2x^2+x+1}$

a Déterminer l'ensemble de définition de la fonction $f$.

b Déterminer la valeur de la limite suivante :

$$\lim_{h\mapsto 0} \frac{f\left(\frac{1}{2}+h\right) - f\left(\frac{1}{2}\right)}{h}$$

c En déduire l'équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $\frac{1}{2}$.

2 Soit $g$ la fonction définie par la relation :

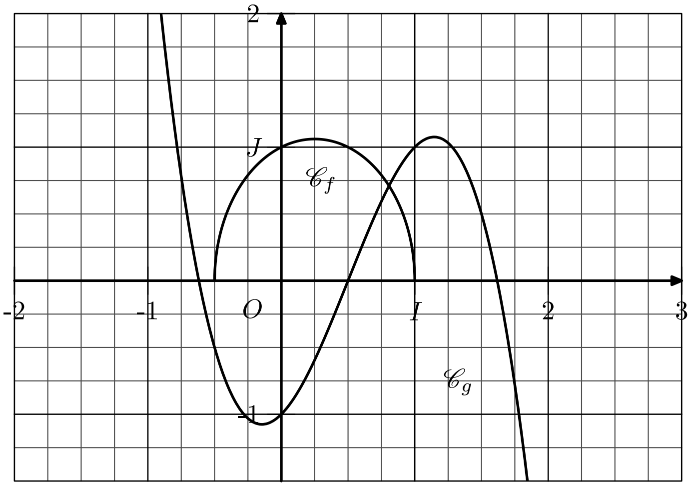
$g : x \longmapsto -2x^3+3x^2+x-1$

a Déterminer la valeur de la limite suivante :

$$\lim_{x\mapsto 0} \frac{g(1+h) - g(1)}{h}$$

b En déduire l'équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_g$ au point d'abscisse 1.

3 La représentation des courbes représentatives de ces deux fonctions est donnée ci-dessous :




Tracer les deux tangentes obtenues précédemment dans le repère ci-dessus.

E.13 On considère la fonction $f$ dont l'image de $x$, pour $x \in [1\,;+\infty[$, est définie par la relation :

$f(x) = (x^2 - 4\cdot x + 3)\sqrt{2\cdot x - 2}$

1 Donner une forme simplifiée de : $\dfrac{f(1+h)}{h}$ pour $h>0$

2 En déduire le nombre dérivée de la fonction $f$ en 1.