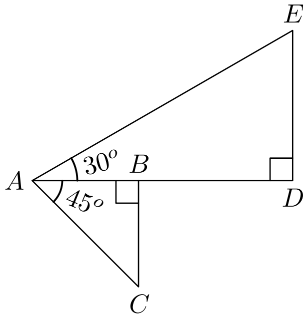
Exercices produit scalaire - 1eres spé

E.1

Proposition : pour tout triplet de points A, B, C distincts deux à deux, on a : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = AB\times AC\times \cos\widehat{BAC}$

On considère la figure ci-dessous où : $AE=4\,cm$ et $AC=2\,cm$
et on munit le plan du repère orthonormé, orienté dans le sens direct, dont l'unité mesure $1\,cm$, et dont l'axe des abscisses est la droite (AD).



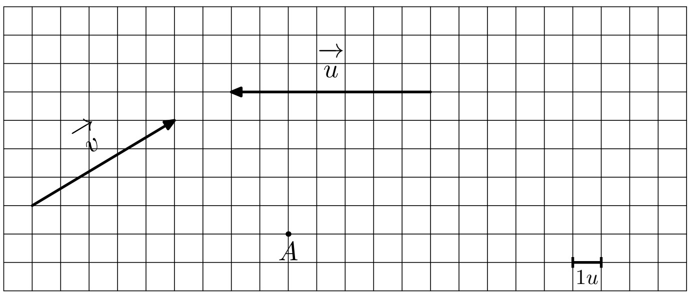
Déterminer la valeur des produits scalaires ci-dessous :

a $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}$ b $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}$ c $\overrightarrow{DA}\cdot\overrightarrow{DE}$

Rappels :

α	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
$\cos\alpha$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0
$\sin\alpha$	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
$\tan\alpha$	0	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$	$\times$

E.2 On considère les deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ représentés ci-dessous :



1 a Placer les points B et C tels que :
$\overrightarrow{u}=\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{v}=\overrightarrow{AC}$

b Déterminer la valeur de : $\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v}$.

2 a Placer le point D tel que : $2\cdot\overrightarrow{v}=\overrightarrow{AD}$.

b Déterminer la valeur de : $\overrightarrow{u}\cdot(2\cdot\overrightarrow{v})$.

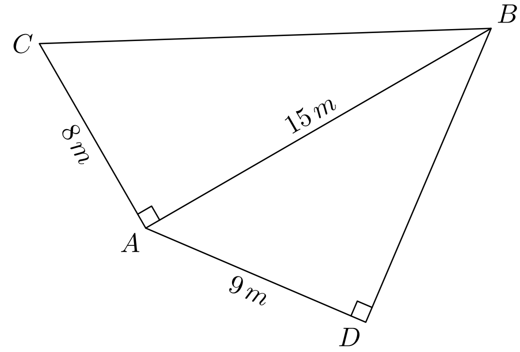
3 Quelle relation peut-on établir?

E.3

Proposition : soit $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ deux vecteurs du plan et pour $\lambda\in\mathbb{R}$.

- $\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v}=\overrightarrow{v}\cdot\overrightarrow{u}$
- $(\lambda\times\overrightarrow{u})\cdot\overrightarrow{v}=\lambda\times(\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v})$
- Si $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont orthogonaux : $\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v}=0$
- Si $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaire de même sens :
$\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v}=\|\overrightarrow{u}\|\times\|\overrightarrow{v}\|$
- Si $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaire de sens contraire :
$\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v}=-\|\overrightarrow{u}\|\times\|\overrightarrow{v}\|$

On considère les deux triangles ABC et ABD rectangle respectivement en A et D représentés ci-dessous :



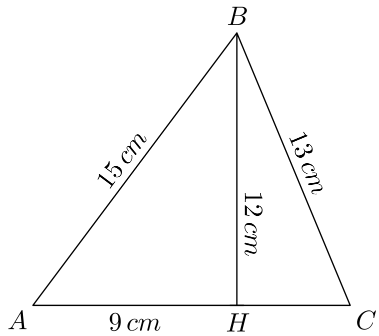
1 Etablir que : $BC=17\,m$; $BD=12\,m$

2 Déterminer les valeurs des produits scalaires suivants :

a $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BA}$ b $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BD}$ c $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{DB}$

d $\overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{DA}\cdot\overrightarrow{AB}$ f $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CA}$

E.4 On considère le triangle ABC et H le pied de la hauteur issue du sommet B et dont les mesures sont représentées ci-dessous :



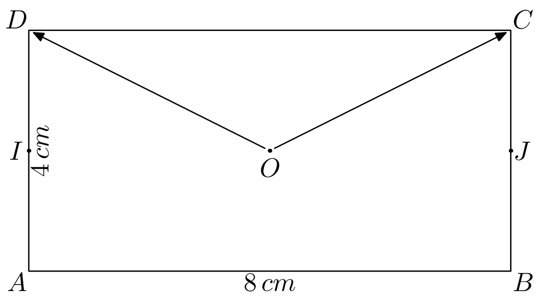
1 Etablir que : $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=99$

2 En déduire la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.

E.5

Rappels :
- $\overrightarrow{u}\cdot(\overrightarrow{v}+\overrightarrow{w})=\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v}+\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{w}$
- $(\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v})\cdot(\overrightarrow{w}+\overrightarrow{t})=\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{w}+\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{t}+\overrightarrow{v}\cdot\overrightarrow{w}+\overrightarrow{v}\cdot\overrightarrow{t}$

Le rectangle $ABCD$ est tel que $AB=8\,cm$ et $AD=4\,cm$.



O est le centre du rectangle. Les points I et J sont les milieux respectifs des côtés $[AD]$ et $[BC]$.

1 Etablir que : $\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OD}=-12$

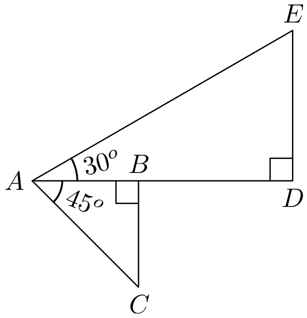
2 A l'aide du théorème de Pythagore, montrer que :

$OC = 2\sqrt{5}$

3 Déterminer l'angle orienté $\widehat{COD}$ arrondi au degré près où O est le centre du rectangle.

E.6

On considère la figure ci-dessous où : $AE = 4\,cm$ et $AC = 2\,cm$ et on munit le plan du repère orthonormé, orienté dans le sens direct, dont l'unité mesure $1\,cm$, et dont l'axe des abscisses est la droite (AD).



1 Déterminer les valeurs exactes des longueurs des côtés des triangles ABC et ADE.

1 Etablir l'égalité :

$$\big(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE}\big) \cdot \big(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}\big) = AD{\times}AB - DE{\times}BC$$

2 Déterminer la valeur du produit scalaire : $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AC}$