Exercices : Second degré - Partie 2

Exercice 1

Résoudre les équations suivantes :

a. $x^2+2x-15=0$ b. $3x^2-5x+7=0$

c. $3x^2-24x+48=0$ d. $-4{\cdot}x^2-x+3=0$

Exercice 2

Résoudre les équations suivantes :

a. $3x^2-5x+6=0$ b. $3x^2-24x+48=0$

c. $x(x-2)(x+1)=(x-2)(-7-3x)$

Exercice 3

1. **Etude théorique :**

On admet que pour un trinôme ax^2+bx+c du second degré dont le discriminant Δ est strictement positif, ces deux racines s'expriment sous la forme :

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \quad ; \quad x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

a. Montrer que la somme des racines vaut $-\dfrac{b}{a}$.

b. Montrer que le produit des racines vaut $\dfrac{c}{a}$

2. **Application :**

En utilisant les propriétés établies à la question précédentes, répondre aux questions suivantes :

a. On considère le polynôme $2x^2+4x-16$. Après avoir vérifié que 2 est une racine de ce polynôme, déterminer la valeur de l'autre racine.

b. Déterminer un trinôme du second degré admettant deux racines dont la somme des racines vaut 3 et le produit des racines vaut -10.

Exercice 4

On considère la fonction polynome P de degré 3 définie par :
$P(x)=3x^3+x^2-8x+4$

1. Déterminer les valeurs de a, b, c tel que :
$P(x)=(x+2)\big(a{\cdot}x^2+b{\cdot}x+c\big)$

2. En déduire l'ensemble des zéros du polynôme P.

Exercice 5

On considère la fontion f définie par :
$f(x)=4{\cdot}x^3-18{\cdot}x^2+16{\cdot}x-4$

1. Déterminer les réels a, b, c réalisant l'identité :
$f(x)=\big(2{\cdot}x-1\big)\big(a{\cdot}x^2+b{\cdot}x+c\big)$

2. Dresser le tableau de signes de la fonction f.

Exercice 6

Factoriser, si possible, les expressions suivantes :

a. x^2-3x+2 b. $-2x^2-2x+4$

c. $-x^2+2x-1$ d. $4x^2+x+3$

Exercice 7

1. Factoriser l'expression : $-2{\cdot}x^2-3{\cdot}x+5$.

2. Pour chaque proposition, une seule réponse est correcte. Cochez la case correspondant.

Indication : on utilisera le résultat de la question 1..

a. La forme de factorisée de $-x^2-\dfrac{3}{2}{\cdot}x+\dfrac{5}{2}$ est :

☐ $(x+5)(1-x)$ ☐ $\left(x+\dfrac{5}{2}\right)(1-x)$

☐ $(x+5)\left(1-\dfrac{1}{2}{\cdot}x\right)$ ☐ $\left(x+\dfrac{5}{2}\right)\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}x\right)$

b. La forme de factorisée de $-2{\cdot}x^2-3{\cdot}x+5+(1-x)$ est :

☐ $(2{\cdot}x+5)(2-x)$ ☐ $(2{\cdot}x+5){\cdot}x$

☐ $(2{\cdot}x+6)(2-x)$ ☐ $(2{\cdot}x+6)(2-x)$

c. La forme de factorisée de $-2{\cdot}(x+1)^2-3{\cdot}(x+1)+5$ est :

☐ $(2{\cdot}x+6)(1-x)$ ☐ $(2{\cdot}x+6)(2-x)$

☐ $-(2{\cdot}x+7){\cdot}x$ ☐ $(2{\cdot}x+7)(2-x)$

Exercice 8

Etablir le tableau de signes des expressions suivantes :

a. $3x^2+4x-4$ b. $-4x^2+2x+6$ f. $2x^2+11x+5$

Exercice 9

Résoudre les inéquations suivantes :

a. $x^2-3x+2>0$ b. $x^2-x-2<0$ c. $-9x^2+12x-4\leqslant 0$

Exercice 10

Résoudre les inéquations suivantes :

a. $5x^2+4x-1<0$ b. $-4x^2+2x+2\geqslant 0$ c. $-x^2+x-3>0$

Exercice 11

On considère le polynôme du troisième degré :

$\mathcal{P}=3x^3+5x^2-5x+1$

On sait que le polynôme P admet une factorisation de la forme :
$\mathcal{P}=(3x-1)\big(a{\cdot}x^2+b{\cdot}x+c\big)$

1. Déterminer les valeurs de a, b, c vérifiant cette factorisation.

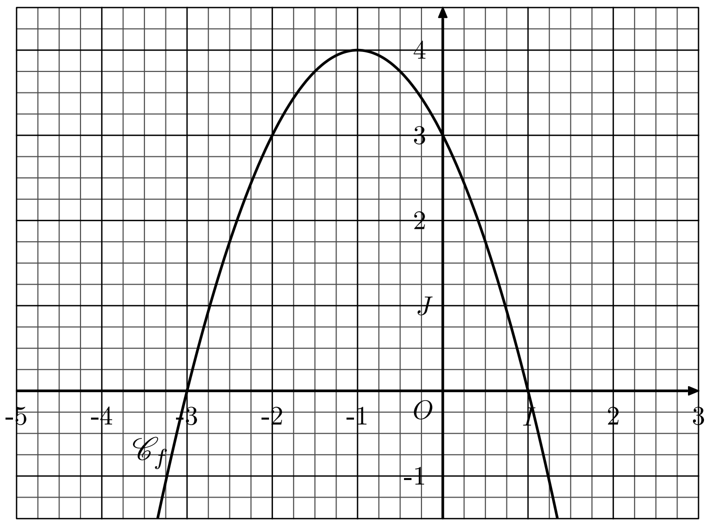
2. En déduire l'ensemble des racines du polynôme $\mathcal{P}$.

3. Dresser le tableau de signes de $\mathcal{P}$.

Exercice 12

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$f(x) = -x^2 - 2x + 3$

Ci-dessous est donnée la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f dans un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé :



On considère la fonction affine g définie par la relation :
$g(x) = -x + 1$

1. Tracer dans le repère ci-dessous la droite (d) représentative de la fonction g.

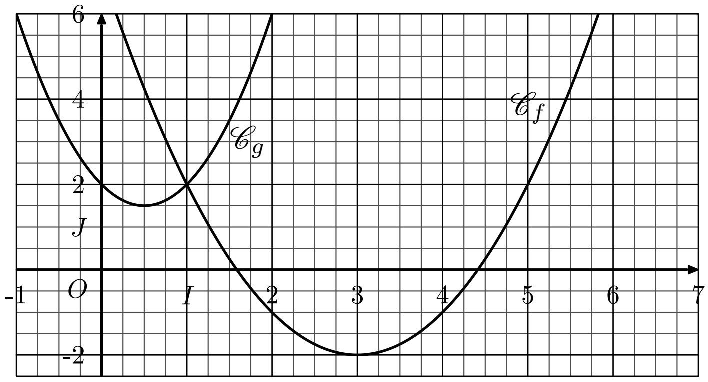
2. a. Etablir le tableau de signes de l'expression : $f(x) - g(x)$.

   b. En déduire la position relative des courbes $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_f$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice 13

On considère les deux fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = x^2 - 6\cdot x + 7 \quad ; \quad g(x) = 2\cdot x^2 - 2\cdot x + 2$

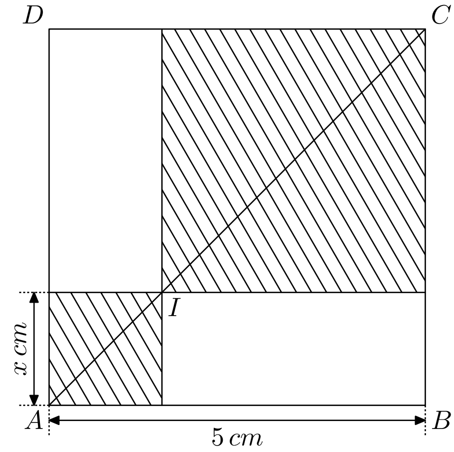
Dans le plan muni d'un repère orthogonal $(O\,;I\,;J)$, on donne les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ représentatives respectivement des fonctions f et g.



1. Déterminer les zéros de la fonction f.

2. Déterminer la position relative des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

Exercice 14



On considère un carré $ABCD$ de 5 centimètres de côté ; un point I appartient à la diagonale $[AC]$, il est repéré comme l'indique la figure ci-dessous par la longueur x :

A partir de ce point I, on construit deux carrés de diagonale respectives $[AI]$ et $[IC]$.

Déterminer la valeur de x pour laquelle la somme des aires de ces deux carrés vaut les $\frac{3}{4}$ de l'aire du carré $ABCD$.

Exercice 15

1. Résoudre l'équation : $x^2 - \dfrac{37}{2}\cdot x + 85 = 0$

2. On considère un rectangle ayant $37\,m$ pour périmètre et $85\,m^2$ pour aire. On notera respectivement L et ℓ, la longueur et la largeur de ce rectangle.

   a. Exprimer ℓ en fonction de L.

   b. Déterminer les dimensions de ce rectangle.

Exercice 16

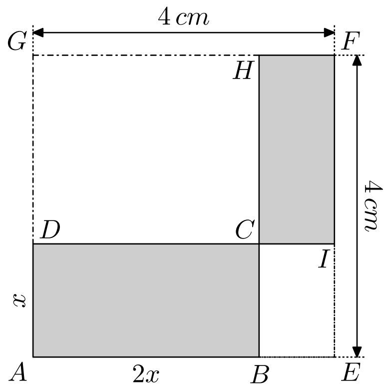
On considère la figure ci-dessous composée :

- du carré $AEFG$,
- de deux rectangles $ABCD$ et $CIFH$.

Les points B, D, I, H appartiennent aux côtés du carré $AEFG$.

On considère le domaine grisé représenté ci-contre et on note son aire $\mathcal{A}$:

(les mesures sont exprimées en centimètre)



Déterminer l'ensemble des valeurs de x réalisant l'inéquation :
$\mathcal{A} \geqslant \dfrac{37}{4}$