Exercices : Généralités sur les suites

Exercice 1

On considère les deux suites (u_n) et (v_n) définies pour tout entier naturel n $(n \in \mathbb{N})$:

$$u_n = 2 \cdot n^2 - n + 1 \quad ; \quad v_n = \frac{4-n}{1+n}$$

1. Déterminer les 5 premiers termes des ces deux suites.
2. Conjecturer le sens de variations de la suite (u_n) et (v_n).

Exercice 2

1. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n $(n \in \mathbb{N})$ par :
$$u_0 = 2 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{1}{2} \cdot u_n - \frac{1}{4}$$
   a. Déterminer les 4 premiers termes de la suite (u_n).
   b. Conjecturer la variation de la suite (u_n)
2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n $(n \in \mathbb{N})$ par :
$$v_0 = -1 \quad ; \quad v_{n+1} = \frac{1}{2} \cdot v_n - \frac{1}{4}$$
   a. Justifier les comparaisons : $v_0 < v_1 < v_2 < v_3$
   b. Conjecturer la variation de la suite (v_n)

Exercice 3

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$u_n = \frac{3^n}{4} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

Montrer que (u_n) est strictement croissante.

Exercice 4

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n $(n \in \mathbb{N})$ par : $u_n = \dfrac{5^n}{n+2}$

Montrer que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite croissante sur $\mathbb{N}$.

Exercice 5

On consière la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie par la formule explicite :

$$u_n = \frac{1{,}2^n}{n} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}^*.$$

1. Donner l'expression simplifiée de $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$.
2. Montrer que (u_n) est croissante à partir du rang 5.

Exercice 6

Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) définie par la relation :

$$u_n = n \times (0{,}4)^n \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}^*$$

Exercice 7

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite dont le terme de rang n est définie par :

$$u_n = -32n + 102 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

Montrer que cette suite est décroissante.

Exercice 8

La suite (u_n) est définie par la formule explicite :

$$u_n = \frac{5+n}{n} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}^*$$

Déterminer le sens de variations de la suite (u_n).

Exercice 9

Soit $(w_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ la suite dont le terme de rang n est définie par :

$$w_n = 2n - \frac{25}{n} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}^*$$

Montrer que la suite (w_n) est croissante.

Exercice 10

1. On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ dont le terme de rang n est définie par la relation de récurrence :
$$u_0 = 2 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{1}{3} \cdot u_n + 1 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$
   Calculer les 4 premiers termes de la suite (u_n).
2. On considère la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie explicitement par :
$$v_n = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n + \frac{3}{2}$$
   a. Calculer les 4 premiers termes de la suite (v_n)
   b. Etablir que pour tout entier naturel n, on a :
$$v_{n+1} - \frac{1}{3} \cdot v_n = 1$$
3. En déduire l'égalité des suites (u_n) et (v_n).

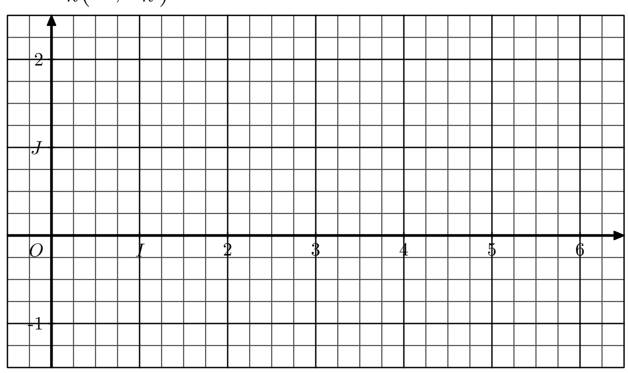
Exercice 11

On considère la suite (u_n) dont les termes sont éfinie pour tout entier naturel n par la relation : $u_n = \dfrac{10 \cdot n - 1}{5 \cdot n + 1}$

1. a. A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau de valeurs ci-dessous avec des valeurs arrondies au centième près :

n	0	1	2	3	4	5
u_n						

   b. Dans le repère ci-dessous et pour n, placer la suite des points (A_n) dont les coordonnées sont définies par : $A_n(n\,;u_n)$



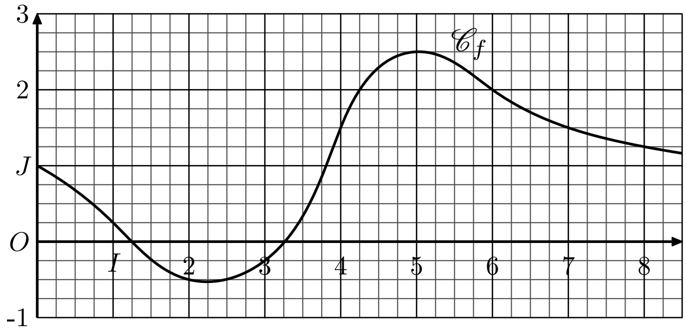
2. a. A l'aide de la calculatrice, observer la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ dans un repère orthonormé de la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{10 \cdot x - 1}{5 \cdot x + 1}$$

b. Quelle conjecture peut-on émettre sur la limite de la suite (u_n) lorsque n tend vers $+\infty$?

Exercice 12

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+$ dont la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ est donnée dans le repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ ci-dessous:



On définit la suite (u_n) par la relation:

$u_n = f(n)$ pour tout entier $n \in \mathbb{N}$.

1. Justifier que le terme u_4 a pour valeur $\frac{3}{2}$.

2. a. Déterminer la valeur des termes:

u_0 ; u_1 ; u_2 ; u_3 ; u_4 ; u_5 ; u_6

b. Dire si les affirmations ci-dessous sont exacts ou non:

- "*Les termes de la suite (u_n) pour $i \in \{0\,;1\,;2\}$ sont ordonnés dans l'ordre décroissant.*"
- "*Les termes de la suite (u_n) pour $i \in \{3\,;4\,;5\}$ sont ordonnés dans l'ordre croissant.*"