

## Fonctions sinus et cosinus

**I Fonction sinus****1) Définition et propriétés****Définition 1**

La fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \sin(x)$  est appelée **fonction sinus** et est notée **sin**

**Propriété 1**

La fonction sinus est **impaire** : pour tout réel  $x$ ,  $\sin(-x) = -\sin(x)$ .

**Conséquence graphique :**

Dans un repère orthogonal, la courbe représentative de la fonction sinus est **symétrique par rapport à l'origine  $O$  du repère**

**Propriété 2**

La fonction sinus est  **$2\pi$  périodique** : pour tout réel  $x$ ,  $\sin(x + 2\pi) = \sin(x)$ .

**Propriété 3**

Pour tout réel  $x \in \mathbb{R}$  :

1)  $\sin(\pi + x) = -\sin(x)$

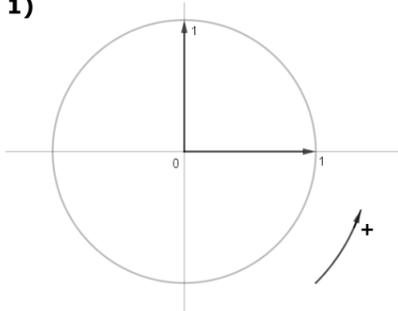
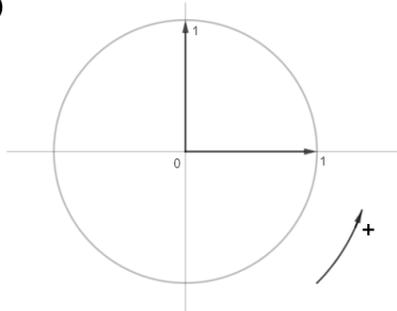
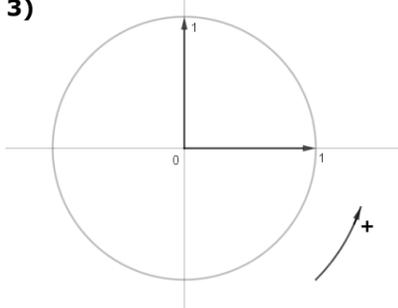
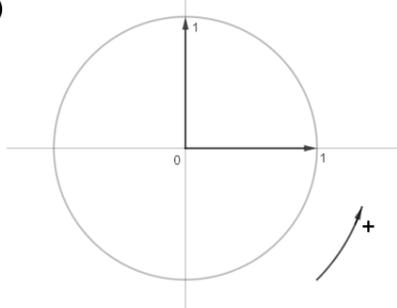
3)  $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos(x)$

2)  $\sin(\pi - x) = \sin(x)$

4)  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos(x)$

**Démonstration**

Par symétrie, on démontre les résultats :

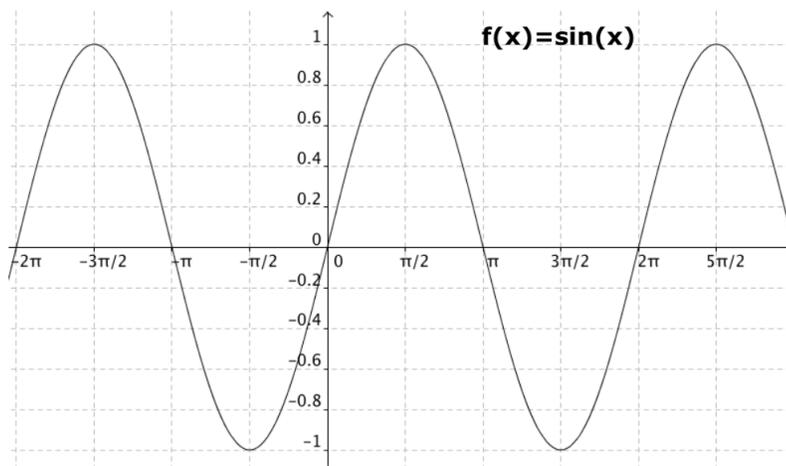
**1)****2)****3)****4)**

## 2) Courbe représentative

**Propriété 4**

La fonction sinus est croissante sur  $[0; \frac{\pi}{2}]$  et décroissante sur  $[\frac{\pi}{2}; \pi]$

Puis, par parité, on trace la courbe sur  $[-\pi; \pi]$ . Enfin, comme la fonction sinus est  $2\pi$  périodique, on continue le tracé par translations et on obtient :

**II Fonction cosinus**

## 1) Définition et propriétés

**Définition 2**

La fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \cos(x)$  est appelée **fonction cosinus** et est notée **cos**

**Propriété 5**

La fonction sinus est **paire** : pour tout réel  $x$ ,  $\cos(-x) = \cos(x)$ .

**Conséquence graphique :**

Dans un repère orthogonal, la courbe représentative de la fonction sinus est **symétrique par rapport à l'axe des ordonnées**

**Propriété 6**

La fonction cosinus est  **$2\pi$  périodique** : pour tout réel  $x$ ,  $\cos(x + 2\pi) = \cos(x)$ .

**Propriété 7**

Pour tout réel  $x \in \mathbb{R}$  :

$$1) \cos(\pi + x) = -\cos(x)$$

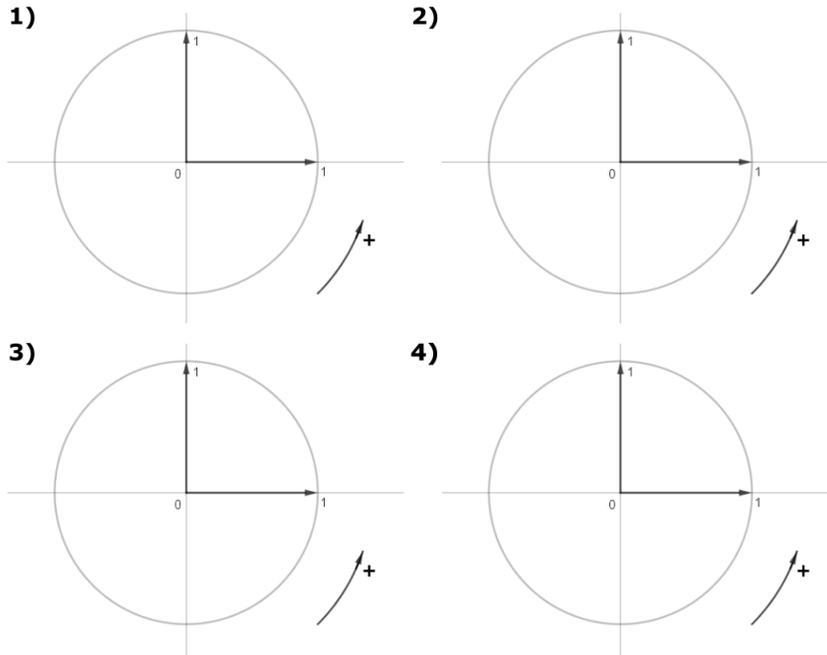
$$3) \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin(x)$$

$$2) \cos(\pi - x) = -\cos(x)$$

$$4) \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin(x)$$

**Démonstration**

Par symétrie, on démontre les résultats :

**2) Courbe représentative****Propriété 8**

La fonction cosinus est décroissante sur  $[0; \pi]$

Puis, par parité, on trace la courbe sur  $[-\pi; \pi]$ . Enfin, comme la fonction cosinus est  $2\pi$  périodique, on continue le tracé par translations et on obtient :

