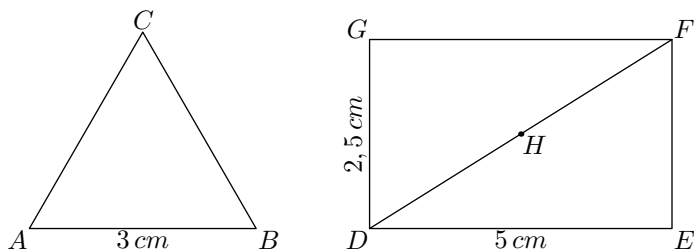


Exercices : Produit scalaire et orthogonalité

Exercice 1

Dans le plan, on considère les deux configurations ci-dessous :



1. Dans le triangle équilatéral ABC , déterminer les produits scalaires suivants :

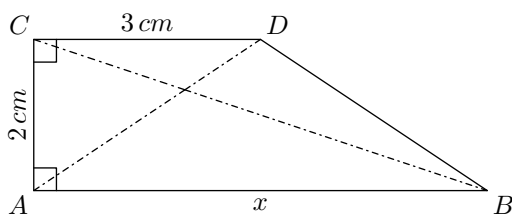
a. $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ b. $\vec{BA} \cdot \vec{CB}$

2. Dans le rectangle $DEFG$ où le point H est le milieu de la diagonale $[DF]$, déterminer les produits scalaires :

a. $\vec{DF} \cdot \vec{DE}$ b. $\vec{DG} \cdot \vec{DE}$ c. $\vec{DF} \cdot \vec{HD}$

Exercice 2

On considère le trapèze $ABCD$ représenté ci-dessous :



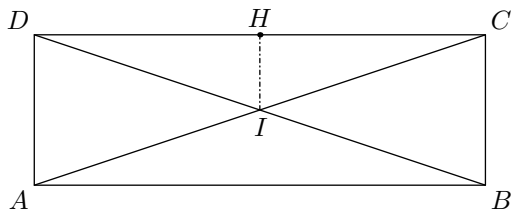
où : $AC = 2 \text{ cm}$; $CD = 3 \text{ cm}$

Déterminer la longueur x du segment $[AB]$ afin que les diagonales, $[AD]$ et $[BC]$, du trapèze $ABCD$ soient perpendiculaires.

Exercice 3

On considère le rectangle $ABCD$ représenté ci-dessous où I est le point d'intersection de ses diagonales et où les dimensions suivantes sont données :

$$AB = 6 \text{ cm} ; BC = 2 \text{ cm}$$



1. Etablir l'égalité suivante :

$$\vec{ID} \cdot \vec{IC} = \frac{1}{4} AD^2 - \frac{1}{4} AB^2 = -8$$

2. a. Déterminer la longueur du segment $[IC]$.

b. En déduire la mesure de l'angle \widehat{DIC} .

Exercice 4

On considère le plan muni d'un repère $(O; I; J)$.

1. On considère les trois points :

$$A(-5; 1) ; B(-3; -5) ; C(-2; 2).$$

Montrer que le triangle ABC est rectangle en A .

2. On considère les trois points :

$$D(-3; -2) ; E(1; 1) ; F\left(2; -\frac{26}{3}\right).$$

Montrer que le triangle DEF est rectangle. On précisera le sommet de l'angle droit.

Exercice 5

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère les deux vecteurs $\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x'; y')$.

- Le produit scalaire des vecteurs \vec{u} et \vec{v} est un nombre noté $\vec{u} \cdot \vec{v}$ défini par :

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = x \cdot x' + y \cdot y'$$
- Les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont orthogonaux si, et seulement si, leur produit scalaire est nul.

Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ orthonormé, on considère les quatre points suivants :

$$A(-3; 2) ; B(-2; -2) ; C(2; -1) ; D(1; 3)$$

1. Déterminer la valeur de $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$

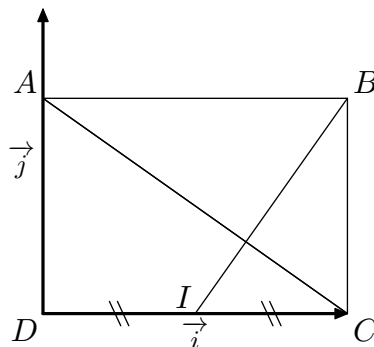
2. Démontrer que le quadrilatère $ABCD$ est un rectangle.

Exercice 6

Soit a un nombre réel positif. On considère le rectangle $ABCD$ tel que :

$$AB = a ; AD = \frac{\sqrt{2}}{2} a$$

On note I le milieu de $[CD]$. Une représentation est donnée ci-dessous :



On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(D; \vec{i}; \vec{j})$ dans le sens direct où $\vec{i} = \vec{DC}$:

1. Déterminer les coordonnées des différents points de cette figure.
2. En déduire que les droites (AC) et (IB) sont perpendiculaires.

Question subsidiaire : reprendre la question 2. sans utiliser les coordonnées des points.

Exercice 7

Dans un repère $(O; I; J)$, on considère les trois points :

$$A(-2; 3) ; B(4; -1)$$

et un point C tel que :

- le point C ait pour abscisse 3.
- le triangle ABC est rectangle en B .

Déterminer les coordonnées du point C .

Exercice 8

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$ et les trois points suivants ainsi que leurs coordonnées dans ce repère :

$A(3;2)$; $B(5;-1)$; $C(-2;3)$

1. Donner les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{BC} .

2. Donner les valeurs des produits scalaires suivants :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \quad ; \quad \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} \quad ; \quad \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA}$$

3. Déterminer les distances AB , AC et BC .

4. Déterminer la mesure des 3 angles du triangle ABC arrondis au degré près.

Exercice 9

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$.

Déterminer une mesure de l'angle orienté \widehat{EDF} où $D(3;5)$, $E(-1;0)$, $F(2;4)$ au centième de degré près.