Exercices : Fonction exponentielle

Exercice 1

Simplifier les expressions suivantes :

a. $\exp(3)\cdot\exp(5)$ b. $\exp(-2)\cdot\exp(4)$

c. $\dfrac{1}{\exp(-5)}$ d. $\left[\exp(5)\right]^3$

Exercice 2

Simplifier les expressions suivantes :

a. $\left(e^5-e^4\right)^2-\left(e^5+e^4\right)^2$ b. $\left(e^3\right)^{-2}\cdot e^5$

c. $\left(e^2+e^{-2}\right)\cdot\left(e^2-e^{-2}\right)$ d. $\dfrac{e^6-e^3}{e\cdot e^2}$

Exercice 3

Résoudre les équations suivantes sur $\mathbb{R}$:

a. $\exp(x)=e$ b. $\exp(-x)=1$

c. $\exp(2x-1)=e$ d. $e^{x^2+x}=1$

e. $e^x-e^{-x}=0$ f. $e^{x^2+5}=\left(e^{x+2}\right)^2$

Exercice 4

Etablir les égalités suivantes :

a. $\dfrac{2+3\cdot e^x+e^{2x}}{e^{2x}}=2\cdot e^{-2x}+3\cdot e^{-x}+1$

b. $\left(e^x+1\right)^2-\left(e^x-1\right)^2=4\cdot e^x$

c. $\dfrac{e^{3x}+2}{e^{3x}-1}=\dfrac{1+2\cdot e^{-3x}}{1-e^{-3x}}$ d. $\dfrac{e^{3x}-e^{2x}}{e^{3x}+e^{2x}}=\dfrac{e^{2x}-1}{\left(e^x+1\right)^2}$

Exercice 5

Résoudre les équations suivantes :

a. $e^{5x+1}=e^{2x}$ b. $e^{3x+1}=1$ c. $\dfrac{e^{1-3x}}{e}=1$

Exercice 6

Résoudre les inéquations suivantes :

a. $e^{2x-4}\geqslant 1$ b. $e^{x^2-3x+5}<e$ c. $\left(e^{3x+1}\right)^2<0$

Exercice 7

Pour chaque fonction, déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f :

a. $f(x)=e^x$ b. $f(x)=e^{2\cdot x}$ c. $f(x)=e^{3-x}$

Exercice 8

On considère la fonction f définie, pour tout nombre réel t positif par : $f(t)=a\cdot e^{-\frac{t}{5}}+b$ où $a,b\in\mathbb{R}$

On admet que $f(0)=1\,000$ et que f vérifie la relation :

$$f'(t)+\frac{1}{5}\cdot f(t)=4 \quad \text{pour tout } t\in\mathbb{R}$$

Déterminer les valeurs de a et de b, et donner l'expression de la fonction f

Exercice 9

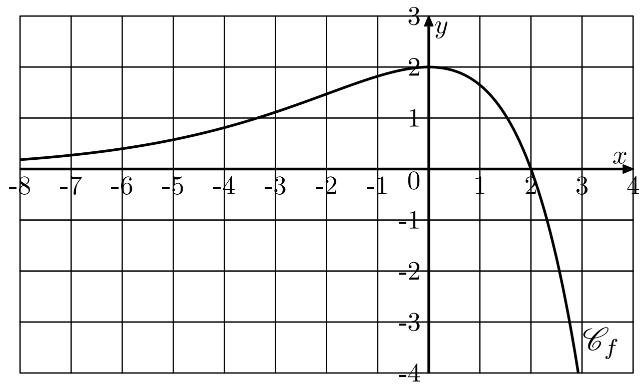
Pour chaque fonction, déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f :

a. $f(x)=x\cdot e^x$ b. $f(x)=\left(1-2\cdot x\right)\cdot e^x$

c. $f(x)=x\cdot e^{2\cdot x-1}$ d. $f(x)=\left(x+1\right)e^x$

Exercice 10

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ est tracée ci-dessous dans un repère orthonormé.



On suppose que f est de la forme $f(x)=\left(b-x\right)\cdot e^{a\cdot x}$ où a et b désignent deux constantes.
On sait que :

- Les points $A(0\,;2)$ et $D(2\,;0)$ appartiennent à la courbe $\mathscr{C}_f$.
- La tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A est parallèle à l'axe des abscisses.

On note f' la fonction dérivée de f, définie sur $\mathbb{R}$.

1. Par lecture graphique, indiquer les valeurs de $f(2)$ et $f'(0)$.
2. Calculer $f'(x)$.
3. En utilisant les questions précédentes, montrer que a et b sont solutions du système suivant :
$$\begin{cases} b-2=0 \\ a\cdot b-1=0 \end{cases}$$
4. Calculer a et b et donner l'expression de $f(x)$.

Exercice 11

Soit f une fonction définie sur l'intervalle $\left[0\,;5\right]$ par :
$f(x)=\left(a\cdot x-2\right)\cdot e^{-x}$
où a est un nombre réel.
On admet que la fonction f est deux fois dérivable sur l'intervalle $\left[0\,;5\right]$.

On rappelle que f' désigne la fonction dérivée de la fonction f et on admet que :
$f(0)=-2$; $f'(0)=10$

1. Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $\left[0\,;5\right]$, on a :
$f'(x)=\left(-a\cdot x+a+2\right)\cdot e^{-x}$
2. Déduire des questions précédentes que $a=8$.
3. Donner l'expression de $f'(x)$.

Exercice 12

Pour chaque ligne, le tableau ci-dessous donne l'expression de la fonction dérivée f' de la fonction f :

$f(x)=\dfrac{\mathrm{e}^x}{x+1}$	$f'(x)=\dfrac{x\cdot\mathrm{e}^x}{\left(x+1\right)^2}$
$f(x)=\dfrac{2\cdot x+1}{\mathrm{e}^x}$	$f'(x)=\dfrac{-2\cdot x+1}{\mathrm{e}^x}$
$f(x)=\dfrac{3\cdot\mathrm{e}^x+1}{\mathrm{e}^x-1}$	$f'(x)=\dfrac{-4\cdot\mathrm{e}^x}{\left(\mathrm{e}^x-1\right)^2}$

Vérifier la véracité de chacune des expressions f' données.

Exercice 13

Déterminer l'expression des fonctions dérivées de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x)=\dfrac{1}{1-\mathrm{e}^x}$
2. $g(x)=\dfrac{\mathrm{e}^{x+1}}{2\cdot x+1}$
3. $h(x)=\dfrac{1-\mathrm{e}^{-2x}}{\mathrm{e}^x}$
4. $j(x)=\dfrac{1-\mathrm{e}^{-2x}}{1+\mathrm{e}^{2x}}$

Exercice 14

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$f(x)=\mathrm{e}^{2x+3}$

1. Montrer que, pour tout nombre réel x, on a la relation :
$2\cdot f(x)-f'(x)=0$

2. a. Parmi les expressions suivantes d'une fonction g, laquelle vérifie la relation $(*)$:
   - $g(x)=\mathrm{e}^{2x+3}+4$
   - $g(x)=\mathrm{e}^{8x+12}$
   - $g(x)=4\cdot\mathrm{e}^{2x+3}$
   - $g(x)=\mathrm{e}^{-2x-3}$

   b. Donner l'expression d'une troisième fonction h vérifiant la relation $(*)$.

Exercice 15

On admet que la fonction f est définie, pour tout réel x de l'intervalle $\left[-2\,;4\right]$ par :
$f(x)=\left(x+2\right)\cdot\mathrm{e}^{-x+1}$

On note f' la fonction dérivée de f.

1. Montrer que, pour tout x de l'intervalle $\left[-2\,;4\right]$, on a :
$f'(x)=-\left(x+1\right)\cdot\mathrm{e}^{-x+1}$

2. Etudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $\left[-2\,;4\right]$, puis dresser le tableau de variations de f sur cet intervalle.

Exercice 16

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$f(x)=\dfrac{\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^{2x}+1}$

1. Déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f.

2. Etablir le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $\left[-1\,;10\right]$.

Exercice 17

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par la relation :
$f(x)=\dfrac{\mathrm{e}^{2x}-2}{\mathrm{e}^x-1}$

1. Déterminer l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f.

2. Etablir le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $\left[1\,;10\right]$.