Géométrie repérée

I Equations de droites - Rappels

Propriété 1
Soit une droite (d) d'équation cartésienne $ax + by + c = 0$, alors **un vecteur directeur** de cette droite est $\boldsymbol{\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}}$

Propriété 2
Deux vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ sont **colinéaires** $\Leftrightarrow$ $\boldsymbol{xy' - yx' = 0}$

Propriété 3
Deux **droites** sont **parallèles** $\Leftrightarrow$ leur **vecteurs directeurs** sont **colinéaires**

Exercice 1
On considère un repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ du plan

1) Déterminer une équation cartésienne de la droite (d_1) de vecteur directeur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}3\\-4\end{pmatrix}$ et passant par le point $A(2; 1)$

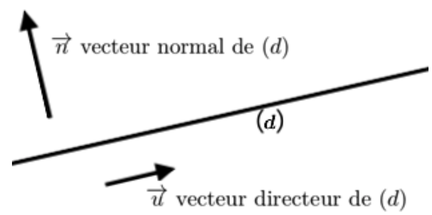
2) Déterminer une équation cartésienne de la droite (d_2) passant par les points $B(-1; 4)$ et $C(3; 2)$

Propriété 4
Soit une droite (d) d'équation réduite $y = mx + p$. Un vecteur directeur de cette droite est $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}1\\m\end{pmatrix}$

Exemple 1
Soit (d) d'équation cartésienne $6x - 3y + 12 = 0$
1) Donner son équation réduite
2) Donner un vecteur directeur de cette droite

II Equation cartésienne d'une droite de vecteur normal donné

Définition 1
Dire qu'un vecteur non nul $\overrightarrow{n}$ ***normal à une droite*** *(d) signifie que $\overrightarrow{n}$ est orthogonal à un vecteur directeur de (d)*



Propriété 5
Conséquences
1) Si (d) est une droite passant par A et de vecteur normal $\overrightarrow{n}$, alors la droite (d) est l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{n} = 0$
2) Deux droites sont orthogonales $\Leftrightarrow$ elles admettent des vecteurs normaux orthogonaux
3) Deux droites sont parallèles $\Leftrightarrow$ elles admettent des vecteurs normaux colinéaires.

Propriété 6
1) Une droite (d) de vecteur normal $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ a une équation cartésienne de la forme $ax + by + c = 0$ avec $c \in \mathbb{R}$ à déterminer

2) Réciproquement : La droite (d) d'équation cartésienne $ax + by + c = 0$ avec a et b non tous nuls admet le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ pour vecteur normal

Démonstration

Exemple 2
Dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ orthonormé du plan, soit (d) la droite de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}-3\\7\end{pmatrix}$ et passant par $A(4;-1)$. Déterminer une équation cartésienne de la droite (d)

Exercice 2
Soit (d) une droite d'équation cartésienne $x-4y+2=0$ et le point $A(1;5)$. Déterminer les coordonnées du point H, projeté orthogonal de A sur la droite (d)

III Equation de cercle

Propriété 7
Soit C un cercle de centre $A(x_A;y_A)$ et de rayon r
Une équation cartésienne de C est $\boldsymbol{(x-x_A)^2+(y-y_A)^2=r^2}$

Démonstration
....
....

Exemple 3
Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan, on considère le cercle C de centre $A(-2;4)$ et passant par $B(2;1)$.
Déterminer une équation du cercle C

....
....

Exercice 3
Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan, on considère l'ensemble (E) d'équation $x^2+y^2-4x+8y+4=0$.
Démontrer que l'ensemble (E) est un cercle dont on déterminera les caractéristiques (centre et rayon).