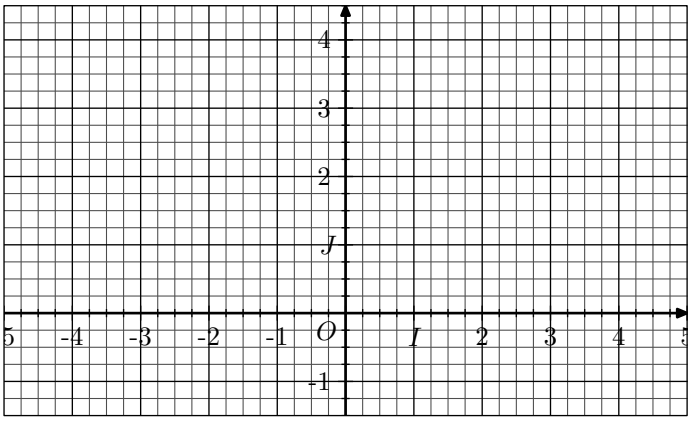
Exercices : Géométrie repérée

Exercice 1

On considère le plan munit d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé.

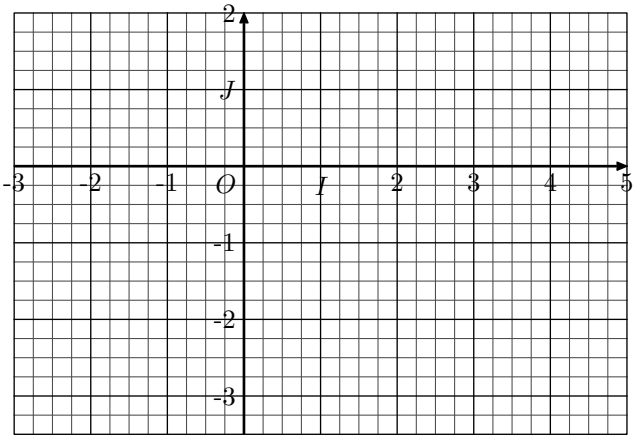
1. Dans chaque cas, déterminer une équation cartésienne passant par le point A et admettant le vecteur $\vec{u}$ pour vecteur normal :
   a. $\vec{u} = (2\,;3)$ et $A(1\,;0)$
   b. $\vec{u} = (-1\,;1)$ et $A(-2\,;1)$
2. Tracer la représentation de chacune de ces droites dans le repère ci-dessous ainsi qu'un représentant de chaque vecteur $\vec{u}$ au point A correspondant :



Exercice 2

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère les points $A(-2\,;-3)$ et $B(4\,;1)$. On note (d) la médiatrice du segment $[AB]$.

1. Déterminer les coordonnées du point K milieu du segment $[AB]$.
2. Donner les coordonnées d'un vecteur $\vec{v}$ normal à la droite (d).
3. Déterminer une équation cartésienne de la droite (d).
4. Tracer dans le repère ci-dessous la droite (d).



Exercice 3

On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé :

1. On considère les deux droites (d_1) et (d_2) admettant pour équation cartésienne :
   (d_1) : $x + 2\cdot y - 1 = 0$; (d_2) : $4\cdot x + 8\cdot y + 2 = 0$
   Justifier que les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles.
2. On considère les deux droites (Δ_1) et (Δ_2) admettant pour équation cartésienne :
   (Δ_1) : $4\cdot x + 3\cdot y - 1 = 0$; (Δ_2) : $-6\cdot x + 8\cdot y + 5 = 0$
   Justifier que les droites (Δ_1) et (Δ_2) sont perpendiculaires.

Exercice 4

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère la droite (d) *(resp.* (d')*)* passe par le point $A(-2\,;1)$ *(resp.* $B(3\,;2)$*)* et admet le vecteur $\vec{u}(3\,;-1)$ *(resp.* $\vec{v}(1\,;1)$*)* pour vecteur normal.

1. Déterminer les équations cartésiennes des droites (d) et (d').
2. a. Justifier que les droites (d) et (d') sont sécantes.
   b. Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites (d) et (d').

Exercice 5

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on considère les points $A(-1\,;1)$, $B(3{,}5\,;-2)$, $M(4\,;2)$.

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).
2. Montrer que le point $H(2\,;-1)$ est le projeté orthogonal du point M sur la droite (AB).

Exercice 6

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on considère les points $A\left(1\,;-\frac{1}{5}\right)$, $B(-2\,;1)$, $M\left(2\,;-\frac{7}{2}\right)$.

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).
2. a. Déterminer l'équation réduite de la droite (d) passant par le point M et perpendiculaire à la droite (AB).
   b. Déterminer les coordonnées du point E intersection des droites (d) et (AB).

Exercice 7

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère les trois points : $A\left(-\frac{2}{3}\,;2\right)$; $B\left(\frac{1}{4}\,;\frac{3}{2}\right)$; $C\left(5\,;\frac{11}{3}\right)$

1. Déterminer les coordonnées du pied H de la hauteur du triangle ABC issue du sommet C.
2. Déterminer l'aire du triangle ABC.

Exercice 8

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O\,;I\,;J)$ dont l'unité est le centimètre.

On considère le cercle $\mathscr{C}$ de centre I et de rayon r. Pour chaque question, déterminer l'équation du cercle :

a. $I(1\,;2)$ et r=3 cm b. $I(-3\,;1)$ et r=5 cm

Exercice 9

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on considère le cercle $\mathscr{C}$ de centre $K(3\,;-1)$ et de rayon 5.

1. Déterminer l'équation cartésienne du cercle $\mathscr{C}$.
2. Parmi les points ci-dessous, lesquels appartiennent au cercle $\mathscr{C}$:
   $M(-1\,;2)$; $N\left(\frac{8}{5}\,;-\frac{29}{5}\right)$; $P\left(\frac{9}{5}\,;\frac{2}{5}\right)$

Exercice 10

On considère le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé et le cercle $\mathscr{C}$ dont les points $A(-2\,;1)$ et $B(3\,;0)$ sont diamètralement opposés.

Déterminer l'équation cartésienne du cercle $\mathscr{C}$.

Exercice 11

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère l'équation cartésienne :

(E) : $\quad x^2+y^2-4{\cdot}x-3{\cdot}y-31=0$

1. Montrer que les points $A(-3\,;5)$ et $B\left(\frac{11}{2}\,;\frac{13}{2}\right)$ appartiennent à l'ensemble des points dont les coordonnées sont solutions de (E).
2. En déduire la nature de l'ensemble des points du plan vérifiant l'équation cartésienne (E)

Exercice 12

On considère les trois équations cartésiennes suivantes :

a. $x^2+y^2+6x-4y+9=0$

b. $x^2+y^2-2x+6y+10=0$

c. $x^2+y^2+4x-4y+9=0$

1. Ecrire chacune des équations ci-dessus sous la forme :
   $(x-a)^2+(y-b)^2=c$
   où a, b, c sont des nombres réels à déterminer.
2. Pour chaque équation, en déduire la nature de l'ensemble des points défini par cette équation et en préciser les éléments caractéristiques