Exercices : Second degré - Partie 1

Exercice 1

Compléter les tableaux de signe ci-dessous :

1.

x	$-\infty$ $+\infty$
$1-x$	
$2x+1$	
$(1-x)(2x+1)$	

2.

x	$-\infty$ $+\infty$
$x-3$	
$-2x+4$	
$(x-3)(-2x+4)$	

Exercice 2

Associer à chacun des polynômes du second degré sa forme canonique :

$4x^2+8x+7$ ∘	∘ $(x+2)^2-5$
x^2+4x-1 ∘	∘ $(x-4)^2-4$
$x^2-8x+20$ ∘	∘ $4(x+1)^2+3$
$4x^2-16x+6$ ∘	∘ $4(x-2)^2-10$
$-4x^2-16x-12$ ∘	∘ $(x-4)^2+4$
$x^2-8x+12$ ∘	∘ $-4(x-2)^2+4$
$-4x^2+16x-12$ ∘	∘ $-4(x+2)^2+4$

Exercice 3

Donner la forme canonique de chacun des trinômes du second degré ci-dessous :

a. $2x^2+8x-6$ b. $3x^2+6x+6$

c. $9x^2+18x+27$ d. $5x^2+10x+2$

e. $2x^2+12x-4$ f. $3x^2+30x+12$

Exercice 4

Déterminer la forme canonique de chacune des expressions ci-dessous :

a. x^2-4x+1 b. x^2+6x+3 c. x^2+x+2

d. x^2-3x-1 e. $x^2+\frac{1}{2}x-3$ f. $x^2+x-\frac{1}{3}$

Exercice 5

On considère l'expression $-2x^2+8x+1$:

1. Etablir l'égalité suivante :
$-2x^2+8x+1=-2(x-2)^2+9$

2. En déduire que cette expression atteint son maximum en $x=2$. Quelle est sa valeur maximale?

Exercice 6

1. Déterminer la forme canonique de l'expression :
$x^2-10x-2$

2. Justifier que cette expression admet pour valeur minimale -27 et que cette valeur est atteinte en 5.

Exercice 7

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par la relation :
$f(x)=x^2+6x+2$

1. Justifier que la fonction f admet pour forme canonique :
$f(x)=\left(x+3\right)^2-7$

2. Etablir la décroissance de la fonction f sur l'intervalle $]-\infty\,;-3]$.

Exercice 8

Pour chacune des fonctions, dresser le tableau de variations et donner les caractéristiques de leur extréma :

1. $f(x)=-3x^2+9x-2$ 2. $g(x)=3x^2+2x+2$

Exercice 9

Soit h la fonction définie par la relation :
$h(x)=4x^2+2x+1$

1. Dresser le tableau de variations de la fonction h.

2. Justifier que la fonction h ne s'annule jamais sur $\mathbb{R}$.

Exercice 10

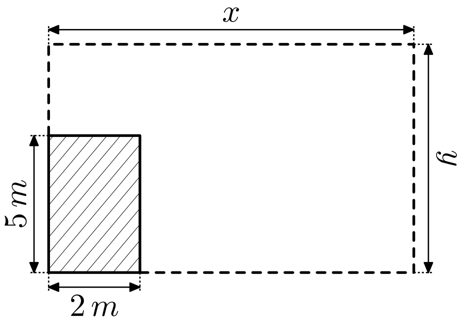
On considère le polynôme (P) : $x^2+4\cdot x+9$.

1. Déterminer la forme canonique du polynôme P.

2. En déduire que l'équation $x^2+4\cdot x+9=1$ n'admet aucune solution.

Exercice 11

Dans son champ, un agriculteur possède un poulailler de forme rectangulaire et de dimensions $5\,m$ et $2\,m$. Il souhaite construire un enclos comme l'indique la figure ci-dessous avec $17\,m$ de clôture :



Le poulailler est représenté par la partie hachurée, la clôture est représentée en pointillés et la partie extérieure dédiée aux poules est représentée par la partie blanche.

On note $\mathcal{A}$ l'aire de la partie extérieure.

1. Etablir la relation suivante entre x et y :
   $x + y = 12$

2. Démontrer que l'aire de l'espace extérieur a pour expression : $\mathcal{A}(x) = -x^2 + 12 \cdot x - 10$

3. Dresser le tableau de variations de la fonction $\mathcal{A}$ sur $\mathbb{R}$.

4. Déterminer les valeurs de x et de y pour que l'aire de l'espace extérieur réservé aux poules soient maximale.