FICHE D'EXERCICES N°2

CORRECTION

Ex1

a) $f(x) = 3x^2 - 3x + 2$ $a = 3$ $b = -3$ $c = 2$

$\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-3)}{2 \times 3} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ $\alpha = \frac{1}{2}$

$\beta = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{(-3)^2 - 4 \times 3 \times 2}{4 \times 3} = -\frac{15}{12} = -\frac{5}{4}$ $\beta = -\frac{5}{4}$

$a = 3 > 0$ donc la parabole sera tournée vers le haut $\cup$

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
variations de f		$\searrow$	$-\frac{5}{4}$	$\nearrow$	

b) $g(x) = -x^2 - 2x + 3$ $a = -1$ $b = -2$ $c = 3$

$\alpha = \frac{-(-2)}{2 \times (-1)} = \frac{2}{-2} = -1$ $\alpha = -1$

$a = -1$ donc parabole tournée vers le bas $\cap$

$\beta = f(\alpha) = g(-1) = -(-1)^2 - 2 \times (-1) + 3$

$= -1 + 2 + 3$

$\beta = 4$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
variations de g		$\nearrow$	4	$\searrow$	

Ex2, Ex3, Ex4 corrigés entièrement en classe.

Ex5

$$f(x) = -2x^2 + 12x - 16$$

1) a. $(x-2)(ax+b) = x\times ax + x\times b - 2\times ax - 2\times b$

$= ax^2 + bx - 2ax - 2b$

$= ax^2 + (b-2a)x - 2b$

Identification $\begin{cases} -2 = a \\ 12 = b - 2a \\ -16 = -2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ \text{Vérification : } b - 2a = 8 - 2\times(-2) = 12 \text{ ok} \\ b = 8 \end{cases}$

Donc $\boxed{f(x) = (x-2)(-2x+8)}$

b. $f(x) < 0 \Leftrightarrow (x-2)(-2x+8) < 0$

$x - 2 = 0$ | $-2x + 8 = 0$
$x = 2$ | $-2x = -8$
| $x = 4$

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
$x-2$		$-$	0	$+$		$+$	
$-2x+8$		$+$		$+$	0	$-$	
signe de f		$-$	0	$+$	0	$-$	

$\boxed{S =]-\infty ; 2[\cup]4 ; +\infty[}$

2) a.

$f(x) = -2x^2 + 12x - 16$

$-2(x-c)^2 + d = -2(x^2 - 2\times x\times c + c^2) + d$

$= -2(x^2 - 2cx + c^2) + d = -2x^2 + 4cx - 2c^2 + d$

identification $\begin{cases} -2 = -2 \text{ ok} \\ 12 = 4c \\ -16 = -2c^2 + d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 = -2 \\ c = 3 \\ -16 = -2\times 3^2 + d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 = -2 \\ c = 3 \\ d = -16 + 18 = 2 \end{cases}$

Donc $\boxed{f(x) = -2(x-3)^2 + 2}$

b. $f(x) \leq 2 \iff -2(x-3)^2 + 2 \leq 2$

$\iff \underline{-2(x-3)^2 \leq 0}$

$$\left.\begin{array}{l} -2 < 0 \\ (x-3)^2 \geqslant 0 \end{array}\right\}$$ par produit $-2(x-3)^2 \geqslant 0$ pour tout réel x donc $\boxed{S = \mathbb{R}}$

<u>Ex 6</u> 1) (P) : $x^2 + 6x - 7$ $\quad a = 1 \; b = 6 \; c = -7$

$\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2\times 1}$ $\quad \underline{\alpha = -3}$ $\quad \beta = f(\alpha) = f(-3) = (-3)^2 + 6\times(-3) - 7$

$\beta = 9 - 18 - 7 = -16$ $\quad \underline{\beta = -16}$

$f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$ $\quad$ Donc (P) : $1(x-(-3))^2 + (-16)$

$\boxed{(P) : (x+3)^2 - 16}$

2) Les solutions d'un polynome sont les valeurs qui annulent le polynome. donc on cherche quand P vaut 0 :

$(x+3)^2 - 16 = 0 \iff (x+3)^2 = 16 \iff (x+3)^2 = 4^2$

or si $A^2 = B^2$ alors $A = B$ ou $A = -B$

Donc : $x + 3 = 4$ ou $x + 3 = -4$

$x = 4 - 3$ $\quad x = -4 - 3$

$x = 1$ $\quad x = -7$

$\boxed{S = \{-7 ; 1\}}$

Ex 7 : voir la correction de l'ex 10 de la fiche 1

Ex 8 : voir ex 6

Ex 9 : voir la correction de l'ex 9 de la fiche 1

Ex 10 : Corrigé entièrement en classe

Ex 11 : $g(t) = (2t+1)^2 - (t-3)^2$ FORME 1

1) $g(t) = (2t)^2 + 2 \times 2t \times 1 + 1^2 - (t^2 - 2 \times t \times 3 + 3^2)$

$g(t) = 4t^2 + 4t + 1 - (t^2 - 6t + 9) = 4t^2 + 4t + 1 - t^2 + 6t - 9$

$g(t) = 3t^2 + 10t - 8$ FORME 2

$a = 3$ $b = 2$ $c = -8$ donc g est bien une fonction polynome du 2nd degré

2) $(3t-2)(t+4) = 3t \times t + 3t \times 4 - 2 \times t - 2 \times 4 = 3t^2 + 12t - 2t - 8$

$= 3t^2 + 10t - 8 = g(t)$

Donc $g(t) = (3t-2)(t+4)$ FORME 3

FORME 1

3) a. $g(3) = (2\times3+1)^2 - (3-3)^2 = 7^2 = 49$ $\quad g(3) = 49$

FORME 2 $\quad g(0) = 3\times0^2 + 10\times0 - 8 = -8$ $\quad g(0) = -8$

FORME 2

b) $g(t) = -8 \iff 3t^2 + 10t - 8 = -8$

$\iff 3t^2 + 10t = 0$

$\iff t(3t+10) = 0$

Un produit est nul si et seulement si un des facteurs est nul

$t = 0$ | $3t + 10 = 0$
$3t = -10$
$t = -\frac{10}{3}$

$$\boxed{S = \left\{-\frac{10}{3} ; 0\right\}}$$

c) $g(t) > 0 \iff (3t-2)(t+4) > 0$

$3t - 2 = 0$
$3t = 2$
$t = \frac{2}{3}$

$t + 4 = 0$
$t = -4$

x	$-\infty$		-4		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
$3t-2$		$-$		$-$	0	$+$	
$t+4$		$-$	0	$+$		$+$	
signe de g		$+$	0	$-$	0	$+$	

$$\boxed{S = \left]-\infty ; -4\right[\cup \left]\frac{2}{3} ; +\infty\right[}$$