Exercices de révisions suites - 1eres spé

E.1 Pour chaque question, déterminer les quatre premiers termes de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$:

ⓐ $u_n = \dfrac{n+1}{n+2}$ ⓑ $u_n = \sqrt{n^2+n+1}$ ⓒ $u_n = \dfrac{n-2}{n+1}$

E.2 On considère la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{R}}$ définie par :

$$v_{n+1} = \frac{1-v_n}{1+v_n} \quad ; \quad v_0 = 3$$

1. Déterminer les cinq premiers termes de la suite (v_n).
2. Que remarque-t-on?

E.3 On considère la suite (v_n) définie par :

$v_0 = -3$; $v_{n+1} = n - 2{\cdot}v_n$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

Donner les quatre premiers termes de la suite (v_n).

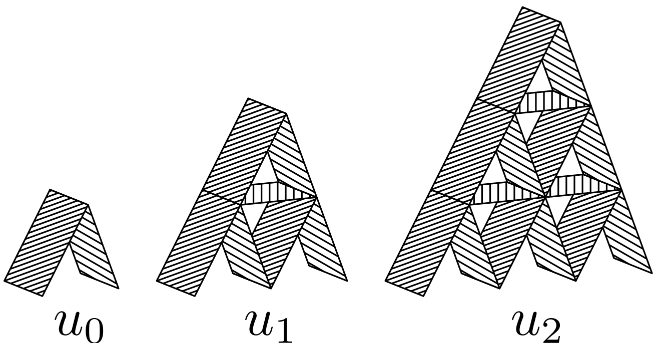
E.4 On considère les suites de nombres ci-dessous :

ⓐ 4 ; 7 ; 10 ; 13 ; 16 ; 19 ; 22 ...
ⓑ 1 ; −2 ; 4 ; −8 ; 16 ; −32 ; 64 ...
ⓒ 2 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 12 ; 17 ...
ⓓ 0 ; 1 ; 4 ; 9 ; 16 ; 25 ; 36 ...
ⓔ 1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ...
ⓕ 1 ; 2 ; 1 ; 2 ; 1 ; 2 ; 1 ...

Associer à chacune de cette suite une relation ci-dessous qui permet d'obtenir un terme en fonction de ses prédécesseurs :

1. $u_n + u_{n+1} = u_{n+2}$
2. $\dfrac{2}{u_n} = u_{n+1}$
3. $u_n + n = u_{n+1}$
4. $-2\times u_n = u_{n+1}$
5. $u_n + 3 = u_{n+1}$
6. $u_n = n^2$

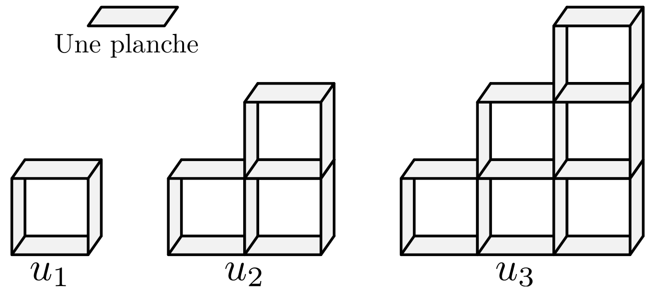
E.5 On considère la construction d'un château de cartes :



On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ désignant le nombre de cartes utilisées dans la construction du château à l'étape n.

1. Déterminer les quatre premiers termes de la suite (u_n).
2. Pour tout entier naturel n, déterminer une expression du terme u_{n+1} en fonction du terme précédent u_n et du rang n.
3. À quelle étape de construction peut-on arriver avec deux jeux de 72 cartes?

E.6 On construit successivement un objet comme le représente le schéma ci-dessous :



Pour tout entier naturel n non-nul, on note u_n le nombre de planches nécessaires pour construire la figure à l'étape n.

Donner une relation de récurrence caractérisant la suite (u_n).

E.7 Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation explicite :

$$u_n = n^3 - 2n^2 - 3n$$

1. Donner l'expression réduite de : $u_{n+1} - u_n$.
2. En déduire que la suite (u_n) est croissante pour n supérieur à 2.

E.8 On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_n = \frac{n^2+10}{2{\cdot}n} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}^*$$

Justifier que (u_n) est croissante à partir du rang 3.

E.9 Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par :

$u_0 = 1$; $u_{n+1} = u_n - {u_n}^2 - 1$ pour tout $n\in\mathbb{N}$

1. Compléter le tableau ci-dessous des premiers termes de la suite (u_n) :

n	0	1	2	3	4
u_n					

2. En étudiant la différence de deux termes consécutifs, montrer que la suite (u_n) est décroissante.

E.10 On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_n = \frac{3^n}{4} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}.$$

Montrer que (u_n) est strictement croissante.

E.11 On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie par la formule explicite :

$$u_n = \frac{1{,}2^n}{n^2} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}^*.$$

1. Établir l'identité suivante pour tout $n\in\mathbb{N}^*$:
$$\frac{u_{n+1}}{u_n} - 1 = \frac{n^2 - 10{\cdot}n - 5}{5{\cdot}(n+1)^2}$$
2. En déduire que la suite (u_n) est croissante à partir du rang 11.

E.12

1) Soit $\left(u_n\right)_{n\in\mathbb{N}^*}$, la suite définie par la relation de récurrence et la condition initiale :

$$u_1 = 1 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{1}{1+\dfrac{1}{u_n}} \quad \text{pour tout } n\in\mathbb{N}^*$$

Calculer les 4 premiers termes de la suite.

2) Soit $\left(v_n\right)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite dont le terme de rang n a pour valeur : $v_n = \dfrac{1}{n}$ pour tout $n\in\mathbb{N}^*$

a) Donner la valeur de v_1.

b) Établir l'identité suivante pour tout $n\in\mathbb{N}^*$:

$$1+\frac{1}{v_n} = n+1$$

c) En déduire que la suite $\left(v_n\right)$ suit la relation de récurrence ci-dessous pour tout entier naturel non-nul :

$$v_{n+1} = \frac{1}{1+\dfrac{1}{v_n}}$$

3) Que pouvez-vous dire des suites $\left(u_n\right)$ et $\left(v_n\right)$?