

GÉNÉRALITÉS SUR LES SUITES

I/ Définition et représentation graphique

1) Définition d'une suite

Exemple d'introduction :

On considère une liste de nombres formée par tous les nombres impairs rangés dans l'ordre croissant : 1, 3, 5, 7, ...

On note (u_n) l'ensemble des "éléments" de cette suite de nombres tel que :

$u_0 = 1$: le premier terme de la suite

$u_1 = 3$: le 2^e terme

$u_2 = 5$: le 3^e terme

$u_3 = 7$...

On a ainsi défini une suite numérique.

Définitions :

- Une **suite** (u_n) est une liste ordonnée de nombres telle qu'à tout entier n , on associe un nombre réel noté u_n .
- $u_0, u_1, u_2, \dots$ sont appelés les **termes** de la suite.
- n est appelé le **rang**.

Remarque :

Une suite peut être associée à une fonction définie par $u : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$

$$n \longmapsto u(n) = u_n$$

2) Suites définies en fonction de n (forme explicite)

Exercice 1: Calculer des termes d'une suite définie en fonction de n

-

Calculer les quatre premiers termes des suites suivantes :

a) $u_n = 2n$ b) $v_n = 3n^2 - 1$

b) On considère : $v_n = 3n^2 - 1$.

Les premiers termes de cette suite sont donc :

3) Suites définies par récurrence

Chaque terme de la suite s'obtient à partir du terme précédent.

On exprime en général u_{n+1} en fonction de u_n . En effet, les termes u_n et u_{n+1} se suivent.

Par exemple, u_5 et $u_{5+1} = u_6$ se suivent.

Exercice 2 : Calculer des termes d'une suite définie par récurrence

Calculer les quatre premiers termes des suites suivantes :

- a) Pour tout entier n , on donne :
$$\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}$$
- b) Pour tout entier n , on donne :
$$\begin{cases} v_0 = 3 \\ v_{n+1} = 4v_n - 6 \end{cases}$$

Remarque : Contrairement à une suite définie en fonction de n , il n'est par exemple pas possible de calculer u_{13} sans connaître u_{12} pour une suite définie par récurrence.

Cependant, il est possible d'écrire un algorithme avec Python calculant les termes successifs d'une suite définie par récurrence.

Exercice 3 : Calculer un terme à l'aide d'un algorithme

- Pour tout entier n , on donne :
$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 4u_n - 6 \end{cases}$$

Écrire un programme Python permettant de calculer les termes de la suite (u_n) .

Afficher le terme u_{13} .

4) Représentation graphique d'une suiteExercice 4 : Représenter graphiquement une suite

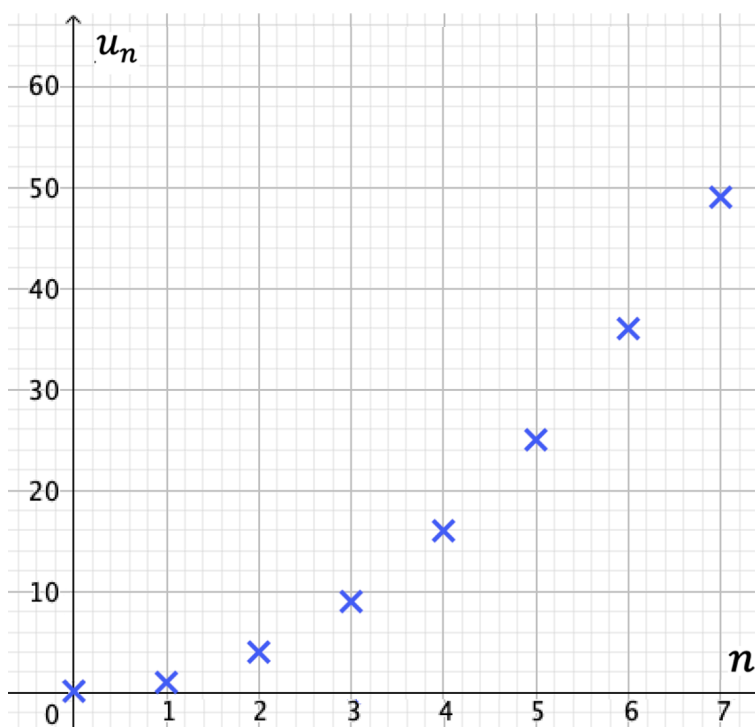
Pour tout entier n , on donne : $u_n = \frac{n^2}{2} - 3$.

Représenter dans un repère les premiers termes de la suite (u_n) .

II/ : Sens de variation d'une suite numérique

Exemple :

On a représenté ci-dessous le nuage de points des premiers termes d'une suite (u_n) :



On observe que cette suite est croissante.

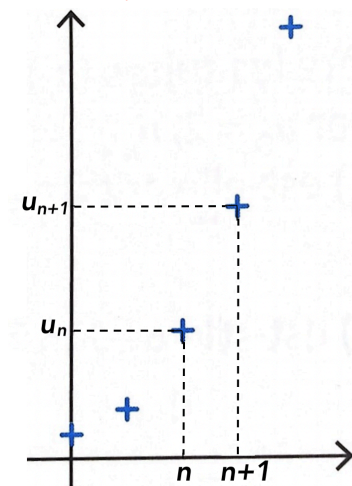
On constate par exemple que $u_1 < u_2$ ou encore $u_4 < u_5$.

De manière générale, on peut écrire : $u_n < u_{n+1}$

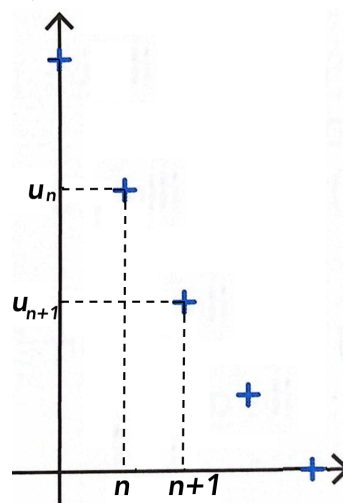
Définitions :

- La suite (u_n) est **croissante** signifie que $u_{n+1} \geq u_n$.

- La suite (u_n) est **décroissante** signifie que $u_{n+1} \leq u_n$.



(u_n) est croissante



(u_n) est décroissante

Remarques :

- Pour une suite constante, on a $u_{n+1} = u_n$
- Lorsqu'on a $u_{n+1} > u_n$, on dit que (u_n) est **strictement** croissante.
- Lorsqu'on a $u_{n+1} < u_n$, on dit que (u_n) est **strictement** décroissante.

Exercice 5 : Étudier les variations d'une suite

a) Pour tout n de $\mathbb{N}$, on donne la suite (u_n) définie par : $u_{n+1} = u_n + 2$.

Démontrer que la suite (u_n) est croissante.

b) Pour tout n de $\mathbb{N}$, on donne la suite (v_n) définie par : $v_n = 4n + 4$.

Démontrer que la suite (v_n) est croissante.