

## Révisions du programme de première

### I Fonctions du second degré - Partie 1

LA LECON ICI

LES VIDEOS :

Déterminer la forme canonique d'une fonction du second degré : <https://youtu.be/e-6Xh7DqBrk>

Variations des fonctions polynômes du second degré : <https://youtu.be/WgIsbreElvk>

LES EXERCICES

#### Exercice 1

Parmi les fonctions suivantes, lesquelles sont des fonctions polynômes du second degré?

$$f(x) = 9 + 3x \quad g(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 1 \quad h(x) = 1 - 4x^2 \quad i(x) = 2x^2 - 3x + 1 \quad j(x) = 6x^2$$

$$k(x) = (2x + 1)(4x - 7) \quad l(x) = \frac{2x^2 - 5x + 2}{3x + 4} \quad m(x) = 5x - x^2$$

#### Exercice 2

Déterminer la forme canonique des fonctions suivantes :

$$f(x) = 3x^2 - 12x + 16 \quad g(x) = -5x^2 - 30x - 60 \quad h(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{41}{32}$$

#### Exercice 3

Soient  $f$  et  $g$  deux fonctions polynômes du second degré, dresser leur tableau de variations, et donner les caractéristiques de leur paraboles.

$$f(x) = -3x^2 - 2x + 1 \quad g(x) = 6(x + 2)^2 + 3$$

### II Généralités sur les suites numériques

LA LECON ICI

LES VIDEOS :

Différentes façons de définir une suite : <https://youtu.be/Nm01WTvWcj0>

Etudier les variations d'une suite: <https://youtu.be/l0mNrfjDGK8>

LES EXERCICES

#### Exercice 4

Voici 5 suites définies sur  $\mathbb{N}$ , pour chacune d'entre elle

1) Dire si elle est définie de façon explicite ou à l'aide d'une relation de récurrence

2) Donner / calculer les 4 premiers termes

$$u_n = 6n^2 - 4n + 1 \quad v_0 = 4 \text{ et } v_{n+1} = 3v_n + 8 \quad w_n = (-1)^n - 3n - 7 \quad z_0 = 6 \text{ et } z_n = 2z_{n+1} - 4$$

$$A_0 = 3, A_1 = 4 \text{ et } A_{n+2} = 3A_{n+1} - 2A_n$$

**Exercice 5**

Déterminer le sens de variation des suites suivantes :

$$u_n = 1 + \frac{1}{n} \quad v_n = \frac{n}{n+1} \quad w_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n \quad z_n = \frac{1}{5n} \quad A_n = 3n^2 - 13n + 2$$

**Exercice 6**

Voici 5 suites, à l'aide de la calculatrice, conjecturer leur limite (pour  $n \rightarrow +\infty$ )

$$u_n = -2n^2 + 30n - 4 \quad v_0 = 20 \text{ et } v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n \quad w_n = \frac{3n^2 - 5n + 2}{2n - 6} \quad z_n = \cos(n)$$

$$A_n = 5 + \frac{21}{n} - \frac{3}{n^2}$$

**III Fonctions du second degré - Partie 2****LA LECON ICI****LES VIDEOS :**

Résolution d'équations du second degré : <https://youtu.be/9x1uuXTnEas>

Résolution d'inéquations du second degré : <https://youtu.be/altJxT6VBPA>

Second degré - forme factorisée : <https://youtu.be/R6o-ifEhTKc>

**LES EXERCICES****Exercice 7**

Soient 3 fonctions  $f$ ,  $g$  et  $h$  telles que :  $f(x) = 2x^2 + 2x - 40$ ,  $g(x) = -5x^2 - 30x - 45$  et  $h(x) = 3x^2 + 2x + 10$

- 1) Résoudre  $f(x) = 0$ ,  $g(x) = 0$  et  $h(x) = 0$
- 2) Donner si possible, la forme factorisée des fonctions données

**Exercice 8**

- 1) Soit l'équation  $3x^2 + 2x - 1 = 0$ . Repérer une racine évidente et terminer la résolution de cette équation
- 2) Soit l'équation  $x^2 + 2x - 3 = 0$ . Repérer une racine évidente et terminer la résolution de cette équation
- 3) Trouver 2 nombres ayant pour somme 25 et pour produit 144

**Exercice 9**

Résoudre les inéquations suivantes :

- a)  $x^2 - 3x - 18 > 0$
- b)  $3x^2 - 9x + \frac{4}{16} \leq 2x^2 - 10x + \frac{9}{16}$
- c)  $(-x^2 + 6x + 7)(x - 4) \geq 0$

**IV Produit scalaire****LA LECON ICI****LES VIDEOS :**

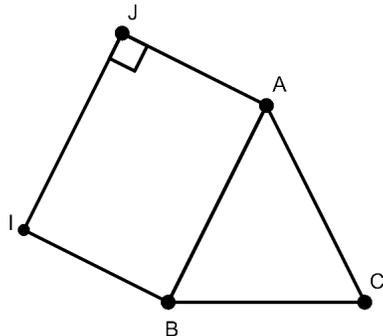
Calculer un produit scalaire à l'aide d'angles : <https://youtu.be/n7sWlpQ86-U>

Calculer un produit scalaire à l'aide de longueurs : <https://youtu.be/InILr8UC4a0>

## LES EXERCICES

### Exercice 10

Soit  $ABC$  un triangle équilatéral de côté 4, et  $AJIB$  un rectangle de côté 2 ci dessous.



Calculer les produits scalaires suivants :

- $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA}$
- $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{JC}$
- $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CI}$

### Exercice 11

On considère les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  tels que :  $\|\vec{u}\| = 2$ ,  $\|\vec{v}\| = 3$  et  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$ . Calculer :

- $(2\vec{u} + \vec{v})(\vec{u} - \vec{v})$
- $(\vec{u} + 2\vec{v})^2$
- $(-3\vec{u} + \vec{v})^2$
- $(\vec{u} - \vec{v})^2 - (\vec{u} + \vec{v})^2$

## V Dérivation en un point

LA LECON ICI

LES VIDEOS :

Calculer un taux de variation d'une fonction : <https://youtu.be/B0hYUurQsJs>

Calculer  $f'(a)$  grâce à la définition du nombre dérivé : <https://youtu.be/Z40Fqq8yMEs>

Déterminer une équation de tangente : <https://youtu.be/Tv3aWgD64kQ>

## LES EXERCICES

### Exercice 12

Soient 2 fonctions  $f$  et  $g$  telles que  $f(x) = 3x^2 - 5x + 1$  et  $g(x) = \sqrt{x+7}$

Grâce à la définition du nombre dérivé, calculer  $f'(2)$  et  $g'(4)$

### Exercice 13

Soient 2 fonctions  $f$  et  $g$  telles que  $f(x) = -2x^2 + 4x - 4$  et  $g(x) = \sqrt{3x-4}$

- Déterminer l'équation de la tangente à  $C_f$  au point d'abscisse  $-1$
- Déterminer l'équation de la tangente à  $C_g$  au point d'abscisse  $3$

## VI Probabilités conditionnelles et indépendance

LA LECON ICI

LES VIDEOS :

**Déterminer une probabilité conditionnelle :** <https://youtu.be/ceQf-p1h9n0>

**Utiliser la formule des probabilités totales :** <https://youtu.be/kXk6gfpSnQE>

**Indépendance de 2 évènements :** <https://youtu.be/BJOj9MtoKxI>

## LES EXERCICES

### Exercice 14

Un équipementier de motocross s'intéresse à un pilote car il envisage de le sponsoriser.

Selon les statistiques de ces dernières courses, ce pilote a 12% de chances de terminer dans les trois premiers.

L'équipementier s'est déplacé pour voir le pilote courir. Si le pilote termine dans les trois premiers, alors l'équipementier le sponsorise avec une probabilité de 85%. Sinon, l'équipementier décide de le sponsoriser avec une probabilité de 25%.

On note  $T$  l'évènement : Le pilote termine la course dans les trois premiers

On note  $S$  l'évènement : L'équipementier sponsorise le pilote

a) Représenter la situation par un arbre pondéré

b) Déterminer  $P(S)$

c) L'équipementier a finalement décidé de ne pas sponsoriser le pilote. Déterminer la probabilité que le pilote ait quand même fini dans les trois premiers (arrondir au millième)

### Exercice 15

Une urne contient 3 boules  $B_1$ ,  $B_2$  et  $B_3$  indiscernables au toucher. On vide l'urne par tirages successifs des boules.

On note  $A$  l'évènement : La boule  $B_1$  est extraite avant la boule  $B_2$

On note  $B$  l'évènement : La boule  $B_1$  est extraite au premier tirage

On note  $C$  l'évènement : La boule  $B_1$  est extraite au deuxième tirage

a) Déterminer la probabilité de ces 3 évènements

b) Les évènements  $A$  et  $B$  sont ils indépendants?

c) Les évènements  $A$  et  $C$  sont ils indépendants ?

## VII Trigonométrie

### LA LECON ICI

#### LES VIDEOS :

**Convertir des degrés en radians et des radians en degrés :** <https://youtu.be/DWHujJc1jik>

**Déterminer la mesure principale d'un angle :** <https://youtu.be/dFmpLZHzo1w>

### LES EXERCICES

#### Exercice 16

Déterminer la mesure principale des angles suivants :  $\frac{115\pi}{6}$        $-\frac{315\pi}{6}$        $\frac{438\pi}{3}$        $-\frac{104\pi}{3}$        $\frac{609\pi}{4}$   
 $-\frac{201\pi}{4}$        $\frac{335\pi}{2}$        $-\frac{401\pi}{2}$        $-333417\pi$

## VIII Suites arithmétiques et géométriques

### LA LECON ICI

#### LES VIDEOS :

**Montrer qu'une suite est arithmétique :** <https://youtu.be/FRU9FeF8b9E>

**Montrer qu'une suite est géométrique :** <https://youtu.be/WOAcuR881zc>

**Suites arithmético - géométriques :** <https://youtu.be/g2Em1DduWxs>

**Somme des termes d'une suite arithmétique :** <https://youtu.be/sESVR3LYvtI>

**Somme des termes d'une suite géométrique :** <https://youtu.be/iC2bk5Ok8Io>

## LES EXERCICES

### Exercice 17

Soient 2 suites arithmétiques  $(u_n)$  et  $(v_n)$  définies par :

Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = 4n - 3$ . et  $v_1 = 1$ ,  $v_5 = 2v_{10}$

Pour chacune de ces deux suites, déterminer le premier terme, la raison et le sens de variation.

### Exercice 18

1) Soit  $(u_n)$  une suite géométrique de raison  $-\frac{1}{2}$  et telle que  $u_1 = -1$ .

Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$  et donner le sens de variation de cette suite

2) On suppose que chaque année la production d'une usine subit une baisse de 4%. En 2000 l'usine produisait 25000 unités. On définit donc la suite  $(P_n)$  modélisant la production de l'usine l'année 2000 +  $n$ .

a) Montrer que  $(P_n)$  est une suite géométrique dont on déterminera le premier terme et la raison

b) Calculer  $P_3$ , arrondir à l'unité

c) L'usine sera considérée en faillite lorsque sa production descendra en dessous de 15000 unités. En quelle année cela va-t-il se produire ? (A faire à l'aide de la calculatrice)

### Exercice 19

Calculer les sommes suivantes :

$$S_1 = \frac{1}{3} + 1 + \frac{5}{3} + \dots + \frac{19}{3} + 7$$

$$S_2 = 5 + 2 - 1 - 4 - 7 \dots - 34$$

$S_3$  est la somme des entiers multiples de 7 compris entre 100 et 1000

$$S_4 = 18 + 54 + 162 + \dots + 39366$$

$$S_5 = \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \frac{1}{32} \dots - \frac{1}{1048576}$$

### Exercice 20

Le nombre d'arbres d'une forêt est modélisé par la suite  $(u_n)$  ou  $u_n$  désigne le nombre d'arbres, en milliers, au cours de l'année 2010 +  $n$ . En 2010, la forêt possède 50000 arbres. Afin d'entretenir cette forêt vieillissante, un organisme régional d'entretien des forêts décide d'abattre chaque année 5% des arbres existants, et de replanter 3000 arbres.

1) Montrer que la situation peut être modélisée par  $u_0 = 50$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_{n+1} = 0,95u_n + 3$

2) Calculer le nombre d'arbres en 2011 et 2012 (arrondir à l'unité)

3) On considère la suite  $(v_n)$  définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par  $v_n = u_n - 60$

a) Montrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique, donner sa raison et son premier terme

b) Déterminer l'expression de  $v_n$  en fonction de  $n$

c) Déterminer l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$

4) Déterminer le nombre d'arbres de la forêt en 2015, on donnera une valeur arrondie à l'unité

5) a) Vérifier que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_{n+1} - u_n = 0,5 \times (0,95)^n$

b) En déduire le sens de variation de la suite

## IX Dérivation

LA LECON ICI

LA LECON BIS ICI

LES VIDEOS :

Calculer des dérivés : <https://youtu.be/c2FCH3gw10I>

Etudier les variations d'une fonction : <https://youtu.be/vD-Tm5zpUfg>

Extremums locaux : <https://youtu.be/rkX2PbNmQKA>

Positions relatives de 2 courbes : <https://youtu.be/SMhVgaLKhIM>

### LES EXERCICES

#### Exercice 21

Dans chacun des cas suivants, préciser le domaine de dérivabilité de la fonction et calculer sa dérivée.

a)  $f(x) = 4x^3 - 2x^2 + 5x - 7$       b)  $g(x) = 2x^8 - 3\sqrt{x}$       c)  $h(x) = \frac{2x}{5} - \frac{7x^2}{4} - \frac{3}{x}$       d)  $i(x) = 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$

e)  $j(x) = (2x - 1)(3x + 2)$       f)  $k(x) = x\sqrt{x}$       g)  $l(x) = \frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}$       h)  $m(x) = (x^2 + 7)^6$

i)  $n(x) = \frac{-2x^2 + 4x}{x^2 + x + 1}$

#### Exercice 22

Déterminer les variations des fonctions suivantes, et donner (si ils existent) les extremums locaux :

a)  $f(x) = -3x^2 + 12x - 5$  sur  $\mathbb{R}$

b)  $g(x) = x^3 - 9x^2 - 21x + 4$  sur  $\mathbb{R}$

c)  $h(x) = \frac{5x - 3}{x - 1}$  sur  $] - \infty; 1[ \cup ] 1; +\infty[$

d)  $i(x) = \frac{x^3 - 2x - 1}{x^3}$  sur  $\mathbb{R}^*$

e)  $j(x) = \frac{\sqrt{x}}{x + 1}$  sur  $[0; +\infty[$

#### Exercice 23

Soient deux fonctions  $f$  et  $g$  définies sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = -2(x + 3)^2 + 5 \quad g(x) = x^2 + x + 1$$

Déterminer la position relative des deux courbes  $C_f$  et  $C_g$  sur  $\mathbb{R}$

## X Géométrie repérée

LA LECON ICI

LES VIDEOS :

**Rappel de seconde : Droites parallèles / points alignés :** <https://youtu.be/A8OavafZNgo>

**Déterminer une équation cartésienne d'un cercle :** <https://youtu.be/tqPyrIMSXC0>

**Déterminer une équation cartésienne d'une droite :** <https://youtu.be/x1HlxXK-hAo>

## LES EXERCICES

### Exercice 24

Soient 4 points  $A(1; -2)$ ,  $B(3; 4)$ ,  $C(-1; 5)$  et  $D(-2; -4)$

- 1) Déterminer une équation cartésienne de la droite  $(AB)$  puis son équation réduite
- 2) Déterminer une équation cartésienne de la droite  $(d_1)$  passant par  $C$  et perpendiculaire à  $(AB)$
- 3) Déterminer une équation cartésienne de la droite  $(d_2)$  passant par  $A$  et de vecteur normal  $\overrightarrow{BD}$

### Exercice 25

Dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  du plan,

- 1) On considère le cercle  $C$  de centre  $A(3; -1)$  et de rayon 3. Déterminer une équation cartésienne de  $C$
- 2) On considère l'ensemble  $(E)$  d'équation  $x^2 + y^2 + 8x - 10y - 8 = 0$ . Démontrer que l'ensemble  $(E)$  est un cercle dont on précisera ses caractéristiques (centre, rayon).

### Exercice 26

On donne les points  $A(5; 2)$ ,  $B(-1; 3)$  et  $C(0; -4)$

- 1) Déterminer une équation cartésienne des médiatrices de  $[AB]$  et  $[AC]$
- 2) Déterminer les coordonnées du point  $K$  d'intersection de ces 2 médiatrices
- 3) Vérifier que  $K$  est le centre circonscrit au triangle  $ABC$  c'est à dire passant pas  $A$ ,  $B$  et  $C$

## XI Fonction exponentielle

### LA LECON ICI

#### LES VIDEOS :

**Dériver des fonctions avec de l'exponentielle :** <https://youtu.be/xppm2H2fqhg>

**Utiliser les propriétés de l'exponentielle :** <https://youtu.be/xaQrhaGdsy4>

**Résoudre des équations / inéquations avec de l'exponentielle :** <https://youtu.be/B2cVqIeVDjw>

## LES EXERCICES

### Exercice 27

1) Simplifier les expressions suivantes, où  $x$  est un réel quelconque :

a)  $\frac{e^{1+x}}{e^{x+2}}$       b)  $\frac{e^{3x} + e^x}{e^{2x} + e^x}$       c)  $(\frac{e}{e^{-x}})^4$

2) Montrer que  $\frac{(e^x - 1)(e^x + 1)}{e^{2x}} = 1 - e^{-2x}$

3) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :

$$\text{a) } e^{2-x} = e^x \quad \text{b) } e^{2x+3} = 1 \quad \text{c) } 2e^{-x} = \frac{4}{e^x + 1}$$

**Exercice 28**

1) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes :

$$\text{a) } e^{2x} - e^{x+1} < 0 \quad \text{b) } 1 - e^{x^2-1} > 0 \quad \text{c) } \frac{1}{e^x} - e > 0$$

2) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  en posant :  $X = e^x$  :

$$\text{a) } 2e^{2x} - e^x = 1 \quad \text{b) } e^{2x} + 2e^x - 3 \leq 0$$

**Exercice 29**

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer leurs variations sur  $\mathbb{R}$  :

$$\text{a) } f(x) = (6 - 3x)e^{2x} \quad \text{b) } g(x) = (6x^2 + 11x + 10)e^{-x}$$

**XII Fonctions sinus et cosinus****LA LECON ICI****LES VIDEOS :**

Résoudre des équations avec du cosinus et du sinus : <https://youtu.be/S14j4EQATwI>

Résoudre des inéquations avec du cosinus et du sinus : <https://youtu.be/9w48ePG6G2s>

**LES EXERCICES****Exercice 30**

Résoudre les équations et inéquations suivantes sur  $] -\pi; \pi ]$  :

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \cos(x) = \frac{1}{2} & \text{b) } \sin(x) = \cos(x) & \text{c) } \sin(x) \geq \frac{\sqrt{3}}{2} & \text{d) } \cos(x) \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \text{e) } 2 \sin^2(x) + \sin(x) - 1 = 0 & & & \end{array}$$

**Exercice 31**

Soit  $f$  la fonction définie que  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = -\sin(x) \cos(x)$

1) Montrer que  $f$  est impaire et  $\pi$  périodique

2) Grâce à la formule : pour tout réel  $a$  :  $\cos^2(a) - \sin^2(a) = 1 - 2 \sin^2(a)$ , monter que :

$$\text{pour tout } x \in \mathbb{R}, f'(x) = 2\left(\sin(x) - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(\sin(x) + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

3) Dresser le tableau de variations de  $f$  sur  $[0; \frac{\pi}{2}]$

**XIII Variable aléatoire****LA LECON ICI****LES VIDEOS :**

Loi de probabilité d'une variable aléatoire : <https://youtu.be/4tdU-tyH-f4>

Espérance, variance et écart-type d'une variable aléatoire : <https://youtu.be/u42D7LmO7oo>

**LES EXERCICES****Exercice 32**

Une entreprise conditionne des pièces mécaniques sous forme de sachets. Le service qualité a relevé deux types de défauts sur les 120000 sachets produits chaque jour.

360 sachets présentent une erreur d'étiquetage. Ce défaut est noté  $D_1$ .

600 sachets ont été déchirés. Ce défaut est noté  $D_2$ .

120 sachets présentent simultanément les deux défauts  $D_1$  et  $D_2$

1) On choisit au hasard un sachet parmi les 120000 sachets.

- Montrer que la probabilité que le sachet choisi présente uniquement le défaut  $D_1$  est 0,002
- Montrer que la probabilité que le sachet choisi présente uniquement le défaut  $D_2$  est égale à 0,004
- Calculer la probabilité que le sachet choisi ne présente aucun défaut.

2) Pour l'entreprise, le coût de revient d'un sachet sans défaut est 2,45 euros, celui d'un sachet ayant seulement le défaut  $D_1$  est 4,05 euros, celui d'un sachet ayant seulement le défaut  $D_2$  est 6,45 euros et celui d'un sachet ayant les deux défauts est 8,05 euros.

On appelle  $X$  la variable aléatoire égale au coût de revient en euros d'un sachet choisi au hasard.

- Donner la loi de probabilité de  $X$
- Calculer l'espérance de  $X$  et interpréter le résultat obtenu

**Exercice 33**

Au cours d'un week-end, trois personnes sont malades et appellent une fois le médecin.

Chacune téléphone aléatoirement à l'un des trois médecins de garde  $A$ ,  $B$  et  $C$ .

On constate que le médecin  $B$  est appelé deux fois plus souvent que le  $A$  et que le  $C$  est appelé trois fois plus souvent que le  $A$ .

On note  $N$  le nombre de médecins qui ont été contactés au cours du week-end.

- Donner la loi de probabilité de  $N$
- Déterminer son espérance et sa variance

**XIV Produit scalaire et orthogonalité****LA LECON ICI****LES VIDEOS :**

**Calculer un produit scalaire à l'aide des coordonnées :** <https://youtu.be/egVpAFm8D7c>

**Montrer que 2 vecteurs sont orthogonaux :** <https://youtu.be/P5L5AfenkrM>

**LES EXERCICES****Exercice 34**

Dans les cas suivants :

1) Dire si les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont orthogonaux :

a)  $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$

b)  $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \end{pmatrix}$

2) Dire si les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  sont perpendiculaires :

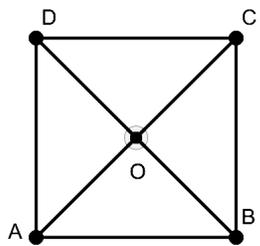
a)  $A(2; -3)$ ,  $B(-1; -1)$ ,  $C(5; -3)$  et  $D(2; 1)$       b)  $A(-1; -2)$ ,  $B(-2; -4)$ ,  $C(7; -1)$  et  $D(3; 1)$

3) Déterminer la ou les valeurs de  $a$  pour que  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  soient orthogonaux :

- a)  $\vec{u} \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ a \end{pmatrix}$   
 b)  $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ a+1 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} a+5 \\ 3 \end{pmatrix}$   
 c)  $\vec{u} \begin{pmatrix} a \\ -3+a \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ a \end{pmatrix}$

### Exercice 35

On considère le carré  $ABCD$  de centre  $O$  et de côté 8



Calculer les produits scalaires suivants :

- a)  $\vec{AB} \cdot \vec{AO}$     b)  $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$     c)  $\vec{BO} \cdot \vec{OD}$      $\vec{OB} \cdot \vec{DO}$

On pourra rajouter des projetés orthogonaux sur le dessin pour s'aider

### Exercice 36

Le plan est rapporté à un repère orthogonal. On considère les points  $A(2; 7)$ ,  $B(9; 6)$  et  $C(5; -2)$

L'objectif est de déterminer les coordonnées de  $H$ , l'orthocentre du triangle  $ABC$

On note  $(x; y)$  les coordonnées du point  $H$

1) a) Justifier que  $\vec{AH} \cdot \vec{BC} = 0$

b) En déduire que  $x + 2y - 16 = 0$

2) a) En utilisant le fait que les droites  $(BH)$  et  $(AC)$  sont perpendiculaires, en déduire un système dont  $(x; y)$  est solution.

b) Déterminer les coordonnées du point  $H$

3) On note  $\Omega$  le point de coordonnées  $(5; 3)$ . On admet que  $\Omega B = \Omega C = 5$

Montrer que  $\Omega$  est le centre du cercle circonscrit au triangle  $ABC$ , puis vérifier que  $\vec{\Omega H} = \vec{\Omega A} + \vec{\Omega B} + \vec{\Omega C}$

4) Généralisation : On considère un triangle  $ABC$  quelconque

On note  $\Omega$  le centre du cercle circonscrit au triangle  $ABC$  et  $H$  le point défini par :  $\vec{\Omega H} = \vec{\Omega A} + \vec{\Omega B} + \vec{\Omega C}$

a) En remarquant que  $\vec{BC} = -\vec{\Omega B} + \vec{\Omega C}$ , montrer que  $\vec{AH} \cdot \vec{BC} = 0$

En déduire que  $(AH)$  est la hauteur du triangle  $ABC$  issue de  $A$

b) En remarquant que  $\vec{AC} = -\vec{\Omega A} + \vec{\Omega C}$ , montrer que  $\vec{BH} \cdot \vec{AC} = 0$

Montrer que le point  $H$  ainsi défini est l'orthocentre du triangle  $ABC$